

Задачи от 25 февраля 2026 г.

1. Найдите огибающую семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах параболы  $y^2 = 2px$ , перпендикулярных к ее оси. Сделайте чертеж.

Ответ:  $y^2 = 2p(x + p/2)$ .

2. Найдите огибающую семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $a > b$ , перпендикулярных к его большой оси. Сделайте чертеж.

Ответ:  $\frac{x^2}{a^2 + b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

3. Дано семейство парабол параметра  $p$ , оси которых параллельны оси  $Ox$ , а вершины описывают параболу  $y^2 = 2qx$ . Найдите огибающую этого семейства. Сделайте чертеж.

Ответ:  $y^2 = 2(p + q)x$ .

4. Докажите, что площадь, ограниченная цепной линией  $y = a \operatorname{ch}(x/a)$ , прямыми  $x = x_1, x = x_2$  и осью абсцисс, пропорциональна длине соответствующей дуги. Найдите коэффициент пропорциональности. Сделайте чертеж.

5. Найдите параметрические уравнения огибающей семейства прямых, на которых лежит отрезок постоянной длины  $a$ , если его концы скользят по осям прямоугольной системы координат. Сделайте чертеж. [Указание. В качестве параметра возьмите острый угол наклона прямых к оси  $Ox$ ].

Ответ:  $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ .

6. Найдите огибающую семейства линий  $x \cos t + y \sin t - p = 0$ , где  $p = \text{const}$ . Сделайте чертеж.

Ответ:  $x^2 + y^2 = p^2$ .