

## Порядок проведения экзамена по ОММ в 2026 г.

Экзаменационный билет состоит из пяти вопросов, составленных из приведенного ниже списка. Время для подготовки ответа на экзаменационный билет составляет 40 мин. В процессе экзамена студенту могут быть заданы дополнительные вопросы как по темам экзаменационного билета, так и по смежным темам.

Для получения оценки выше «удовлетворительно» нужно уметь выводить и доказывать сформулированные ниже формулы, утверждения и теоремы (в рамках лекционного курса).

### Список вопросов к экзамену по ОММ в 2026 г.

1. Основные этапы математического моделирования физического процесса.
2. Прямые и обратные задачи, возникающие при математическом моделировании.
3. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей и принцип аналогий.
4. Что такое иерархия моделей. Приведите примеры.
5. Постановка задачи Гурса и ее решение.
6. Постановка и метод решения общей задачи Коши для гиперболического уравнения.
7. Определение и физический смысл функции Римана.
8. Функции Римана для уравнений  $u_{xy} = 0$  и  $u_{xy} + cu = 0$ .
9. Задача Коши для уравнения колебаний  $u_{tt} + au_t + bu_x + cu = u_{xx}$ .
10. Постановка задачи Стефана. Примеры процессов, описываемых задачей Стефана.
11. Постановка задачи переноса вещества в двухфазной среде. Задача сорбции.
12. Переход к локальному времени в уравнениях переноса. Пример подобной замены переменной в задаче сорбции.
13. Что такое изотерма сорбции? Приведите примеры.
14. Качественное различие решения задачи сорбции в линейном и нелинейном случае.
15. Поведение на бесконечности решения уравнения Гельмгольца при различных знаках коэффициента.
16. Теоремы единственности решения уравнения Гельмгольца для неограниченной области.
17. Условие излучения Зоммерфельда в трехмерном и двумерном случаях.
18. Принцип предельного поглощения. Принцип предельной амплитуды.
19. Приведите пример постановки парциальных условий излучения. Теорема единственности.
20. Математическая задача теории дифракции.
21. Рассмотрим задачу Коши с уравнением  $u_t = (ku_x)_x$  для  $-\infty < x < \infty$ . Почему в случае, когда  $k = k(u)$  и  $k(0) = 0$ , можно рассматривать финитные решения, а если  $k = const$ , то нельзя? Приведите пример задачи, в которой решение будет финитным.
22. Уравнение Буссинеска, описывающим уровень грунтовых вод над гидроупором. Приведите пример задачи, решение которой имеет автомодельный вид.

23. Что такое автомодельное решение?  $\pi$ -теорема о количестве безразмерных комбинаций переменных в задаче.
24. Задачи с нелинейным уравнением теплопроводности и горения. Построение их финитных автомодельных решений.
25. Режимы с обострением. Приведите примеры, приводящие к таким решениям.
26. Модели «большого взрыва». Построение их финитных автомодельных решений.
27. Тепловые волны.
28. Уравнение Кордевега-де-Фриза. Солитоны.
29. Схема метода обратной задачи рассеяния.
30. Модель хищник-жертва. Исследование решения этой задачи на фазовой плоскости.
31. Напишите линейное, линейное неоднородное и квазилинейное уравнение переноса. Составьте уравнения характеристик для этих случаев.
32. Методы решения линейного и квазилинейного уравнения переноса.
33. Могут ли пересекаться характеристики в случае линейного и квазилинейного уравнения переноса? К какому качественному характеру решений и физическим результатам это приводит?
34. В каких случаях необходимо строить обобщенное решение линейного и квазилинейного уравнения переноса?
35. В чем заключается метод характеристик решения квазилинейного уравнения переноса?
36. Напишите условие на разрыве (условие Гюгонио) для квазилинейного уравнения переноса  $u_t + u^3 u_x = 0$ .
37. Уравнение Бюргерса. Его решение для задачи Коши.
38. Решение уравнения Бюргерса в форме бегущей волны на бесконечной прямой.
39. Сведение дифференциальной задачи с самосопряженным оператором к вариационной задаче?
40. Как ставится вариационная задача на собственные значения?
41. Что такое вариационные и что такое проекционные алгоритмы? Приведите примеры.
42. Метод Рунге. Приведите достаточные условия, обеспечивающие сходимость решений, найденных по методу Рунге, к точному.
43. Метод Галеркина.
44. Метод наименьших квадратов.
45. Метод конечных элементов. Пример его применения.
46. Дайте определение аппроксимации разностной задачей исходной дифференциальной задачи.
47. Дайте определение устойчивости разностной схемы.
48. Дайте определение сходимости разностной схемы.
49. Что означает, что разностная задача имеет  $k$ -ый порядок точности?
50. Как связаны между собой точность аппроксимации, устойчивость и сходимость разностной схемы?
51. Что такое шаблон разностного оператора? Приведите примеры.
52. Явная разностная схема. В чем ее достоинства и недостатки?
53. Неявная разностная схема. В чем ее достоинства и недостатки?

54. Необходимые и достаточные условия устойчивости явной разностной схемы. Обоснование устойчивости неявной разностной схемы.
55. Метод прогонки.
56. Итерационный метод решения нелинейных разностных уравнений для задачи теплопроводности.
57. Определение экономичной разностной схемы.
58. Экономичные разностные схемы для решения уравнения теплопроводности для случаев различного числа переменных.
59. Схема переменных направлений. Ее исследование спектральным методом.
60. Напишите локально-одномерную схему. Что такое метод факторизации?
61. Дайте определение однородной разностной схемы.
62. Что такое консервативная разностная схема. Приведите пример консервативной и неконсервативной разностной схемы.
63. Какие методы построения консервативной разностных схем вам известны?
64. В чем состоит интегро-интерполяционный метод (метод баланса)?
65. Разностные схемы для уравнений колебаний.
66. Разностные схемы для решения задач с уравнением Лапласа.
67. Сформулируйте необходимое спектральное условие устойчивости Неймана для решения разностной задачи Коши.
68. Схемы метода бегущего счета для численного решения уравнения переноса.
69. Критерий Куранта для определения устойчивости разностного решения уравнения переноса. Геометрический критерий устойчивости.
70. Что такое монотонная разностная схема. Какие схемы для численного решения уравнения переноса являются монотонными.
71. Что в асимптотических методах понимается под возмущением? Что такое регулярное и сингулярное возмущение?
72. Что такое асимптотическая оценка. Может ли асимптотический ряд быть расходящимся?
73. В случае задачи с сингулярным возмущением, какой корень вырожденного уравнения является устойчивым? Область влияния этого корня.
74. Алгоритм построения асимптотики решения регулярно возмущенной задачи.
75. Алгоритм построения асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи.
76. Для решения каких задач применяется метод усреднения Крылова-Боголюбова? Приведите пример.
77. Опишите алгоритм построения первого и улучшенного первого приближения по методу усреднения.
78. Метод ВКБ.
79. Что такое вейвлет- преобразование? Для чего оно применяется?
80. Вейвлет-преобразование. В чем состоят его преимущества и недостатки перед Фурье-преобразованием? Приведите примеры применения вейвлет-анализа.
81. Что такое фрактал? Приведите примеры.
82. Что изучает синергетика? Исследованием коллективных явлений в нелинейных сплошных средах. Влияние самоорганизации на законы распределения.

**Дополнительные вопросы для студентов второго потока:**

83. Функция влияния точечного импульса для задачи колебаний.

84. Математические модели гидродинамики. Постановка задач.
85. Уравнение Навье-Стокса.
86. Течение Пуазейля вязкой жидкости в трубе.
87. Распределение скоростей в жидкости при движении в ней сферы. Парадокс Даламбера.
88. Уравнение Эйлера для идеальной баротропной жидкости.
89. Описание плоского безвихревого течения несжимаемой жидкости с помощью комплексного потенциала.
90. Поток вектора скорости, циркуляция вектора скорости, их связь с функцией тока.