

*Государственный экзамен по физике
Физический факультет МГУ им. МВ. Ломоносова
Направление «Физика» (бакалавриат)*

Билет № 1

1. Законы динамики. Первый, второй и третий законы Ньютона. Понятия массы, импульса и силы в механике Ньютона.
2. Аппроксимация функций. Сплайны.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) мембраны, имеющей форму круга $M = \{r, \varphi: 0 \leq r < a, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$, с закреплённой границей.

*Заведующий отделением прикладной математики
профессор*

А. Н. Боголюбов

*Государственный экзамен по физике
Физический факультет МГУ им. МВ. Ломоносова
Направление «Физика» (бакалавриат)*

Билет № 2

1. Импульс. Закон сохранения импульса. Центр масс. Теорема о движении центра масс. Движение тел с переменной массой
2. Разностные схемы. Явные и неявные разностные схемы. Консервативные однородные разностные схемы.
3. В прямоугольной тонкой пластине $\mathcal{D} = \{x, y: 0 < x < 1, 0 < y < 2\}$ распределение температуры на её границах задано как $u(x, 2) = \sin(2\pi x)$, $u(x, 0) = u(0, y) = u(1, y) = 0$. Найдите стационарное распределение температуры $u(x, y)$ в любой точке пластины.

*Заведующий отделением прикладной математики
профессор*

А. Н. Боголюбов

*Государственный экзамен по физике
Физический факультет МГУ им. МВ. Ломоносова
Направление «Физика» (бакалавриат)*

Билет № 3

1. Работа силы. Консервативные силы. Энергия системы материальных точек. Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.
2. Ряд Лорана. Теорема о вычетах.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) тела, имеющего форму цилиндра $\mathcal{C} = \{r, \varphi, z: 0 \leq r < a, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < z < L\}$, если его поверхность неподвижна.

*Заведующий отделением прикладной математики
профессор*

А. Н. Боголюбов

Билет № 4

1. Момент импульса твёрдого тела. Осевые и центробежные моменты инерции.
2. Задача Штурма-Лиувилля для оператора Лапласа. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Лапласа.
3. Количество актов радиоактивного распада в промежуток времени $[0, t)$ имеет распределение Пуассона со средним λt (здесь $t > 0$, $\lambda = \text{const}$, $\lambda > 0$). Найдите среднее время, которое пройдёт от начала отсчёта до первого акта распада.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 5

1. Функция Лагранжа и уравнения Лагранжа для системы материальных точек. Интегралы движения.
2. Основные понятия теории вероятностей: случайная величина, функция распределения, математическое ожидание, дисперсия.
3. Поставьте и решите задачу о малых поперечных колебаниях однородной струны длиной $l = 1$ с закрепленными концами. Начальное отклонение в точке x струны равно $\sin 3\pi x$, а начальная скорость равна нулю.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 6

1. Движение в центрально-симметричном поле. Законы Кеплера.
2. Численные методы линейной алгебры: решение систем линейных алгебраических уравнений.
3. Проводятся измерения $\xi_i = a_i\theta + \nu_i$ параметра θ , где a_i – заданные числа, а погрешности ν_i , $i = 1, \dots, n$, – независимые случайные величины с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Найдите оценку параметра θ вида $\hat{\theta} = r_1\xi_1 + r_2\xi_2 + \dots + r_n\xi_n$, которая обладает минимальной дисперсией и удовлетворяет условию несмещённости (среднее значение оценки равно θ для любого θ), среди всех оценок такого вида. Найдите дисперсию этой оценки.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 7

1. Колебания. Свободные колебания системы с одной степенью свободы. Уравнения собственных затухающих и незатухающих колебаний.
2. Закон больших чисел.
3. В прямоугольной тонкой пластине $\mathcal{D} = \{x, y: 0 < x < 3, 0 < y < 1\}$ распределение температуры на её границах задано как $u(x, 1) = \sin(\pi x/3)$, $u(x, 0) = u(0, y) = u(3, y) = 0$. Найдите стационарное распределение температуры $u(x, y)$ в каждой точке пластины.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 8

1. Закон Гука. Модуль Юнга. Коэффициент Пуассона. Модуль сдвига.
2. Интегралы: неопределённые и определённые, двойные, криволинейные, поверхностные.
3. В точках на прямой с координатами $x = 1, 2, \dots$ находятся атомы, которые с вероятностью p могут поглотить фотон, а с вероятностью $1 - p$ пропустить его. Фотон начинает своё движение вдоль этой прямой из точки $x = 0$. Найдите среднюю длину пробега фотона и её дисперсию.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 9

1. Основы гидро-и аэростатики. Закон Паскаля. Закон Архимеда. Условия устойчивого плавания тел.
2. Биномиальное распределение, нормальное распределение случайных величин, их применение в физике.
3. Поставьте и решите задачу о распределении температуры $u(x, t)$ в тонком однородном стержне длины $l = 1$, если левый конец поддерживается при нулевой температуре, а правый теплоизолирован. Начальное распределение температуры задано как $\sin(3\pi x/2)$.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 10

1. Стационарное течение жидкости (газа). Идеальная жидкость. Уравнение Бернулли.
2. Линейные операторы в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) мембраны, имеющей форму кольца $M = \{r, \varphi: a < r < b, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$, с закреплёнными границами.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 11

1. Явления переноса. Теплопроводность, диффузия, вязкость. Коэффициенты переноса для идеального газа.
2. Основные понятия и принципы математического моделирования. Математическая модель. Детерминированные и стохастические модели.
3. Декартовы координаты v_x, v_y, v_z скорости \vec{v} молекулы газа с массой m и температурой T имеют распределение Максвелла. Найдите среднюю кинетическую энергию молекулы.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 12

1. Первое начало термодинамики. Понятие внутренней энергии. Термодинамические потенциалы.
2. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Функция Грина для оператора Лапласа. Понятие обобщенного решения.
3. Частица массы m_0 начинает падение с высоты под действием силы тяжести. В процессе падения масса частицы уменьшается со временем по линейному закону $m(t) = m_0 - bt$, где $b = \text{const}$. Определите момент времени, когда кинетическая энергия частицы максимальна.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 13

1. Теплоемкость. Теплоемкость идеального газа. Классическая теория теплоёмкости твердых тел. Температура Дебая.
2. Основные понятия математического анализа: предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, физический смысл производной.
3. Поставьте и решите задачу о малых поперечных колебаниях однородной струны длиной $l = 1$ с закрепленными концами. Начальное отклонение точек струны равно нулю, а начальная скорость точки с координатой x равна $\sin \pi x$.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 14

1. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Изотермы реального газа.
2. Метод конечных элементов.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) прямоугольной мембраны $M = \{x, y: 0 < x < a, 0 < y < b\}$ с закреплёнными границами.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 15

1. Фазы вещества. Фазовые переходы. Уравнения Клапейрона–Клаузиуса. Диаграммы равновесия фаз. Тройная точка.
2. Специальные функции математической физики. Функции Бесселя, Неймана, Ханкеля.
3. В системе присутствуют частицы с энергиями E_1, \dots, E_n . Вероятность того, что наугад выбранная частица имеет энергию E_i , равна p_i ($\sum_{i=1}^n p_i = 1$). Найдите максимум энтропии $H = -\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$ данной системы при условии, что средняя энергия системы фиксирована и равна E .

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 16

1. Превращение теплоты в работу. Тепловые машины. Цикл Карно. Первая и вторая теоремы Карно.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи с начальными условиями и краевые задачи. Устойчивость решений.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) мембраны, имеющей форму кольца $M = \{r, \varphi: a < r < 2a, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$, с закреплёнными границами.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 17

1. Второе начало термодинамики. Энтропия. Изменение энтропии идеального газа при его адиабатическом расширении в пустоту.
2. Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра–Лапласа.
3. Поставьте и решите задачу о малых поперечных колебаниях однородной струны длиной $l = 1$ с закреплёнными концами. Начальное отклонение точек струны равно нулю, а начальная скорость точки с координатой x равна $\sin 3\pi x$.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 18

1. Уравнения электростатики. Закон Кулона. Теорема Гаусса.
2. Основные понятия вариационного исчисления. Постановка задачи поиска экстремума функционала, методы ее решения.
3. В тонкой пластине круглой формы $D = \{r, \varphi: 0 \leq r < a, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ распределение температуры на её границе задано как $u(a, \varphi) = \sin \varphi$. Найдите стационарное распределение температуры $u(r, \varphi)$ в каждой точке пластины.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 19

1. Основные положения теории электромагнетизма Максвелла. Уравнения Максвелла. Материальные уравнения.
2. Числовые и функциональные ряды. Ряд Тейлора.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) тела, имеющего форму цилиндра $\mathcal{C} = \{r, \varphi, z: 0 \leq r < a, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < z < L\}$, если его поверхность неподвижна.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 20

1. Основные положения электронной теории. Законы Ома и Джоуля–Ленца. Недостатки классической электронной теории.
2. Специальные функции математической физики. Классические ортогональные полиномы.
3. Проводятся три измерения $\xi_i = a_i\theta + \nu_i$, $i = 1, 2, 3$, параметра θ , где a_1, a_2, a_3 – заданные числа, а погрешности ν_1, ν_2, ν_3 – независимые случайные величины с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Найдите оценку параметра θ вида $\hat{\theta} = r_1\xi_1 + r_2\xi_2 + r_3\xi_3$, которая обладает минимальной дисперсией и удовлетворяет условию несмещённости (среднее значение оценки равно θ для любого θ), среди всех оценок такого вида. Найдите дисперсию этой оценки.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 21

1. Закон электромагнитной индукции Фарадея, его дифференциальное представление. Самоиндукция и взаимная индукция.
2. Ряд Фурье, интеграл Фурье.
3. Найдите собственные колебания (собственные функции и собственные частоты) мембраны, имеющей форму круга $\mathcal{M} = \{r, \varphi: 0 \leq r < a, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$, с закреплённой границей.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 22

1. Интерференция света. Интерференция двух монохроматических световых волн. Интерференция квази-монохроматического света. Время и длина когерентности.
2. Линейные операторы в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения.
3. Распределение температуры на границе шара радиуса a задано как $u(a, \varphi, \theta) = \cos \varphi \sin \theta$ (где r, θ, φ – сферические координаты). Найдите стационарное распределение температуры $u(r, \varphi, \theta)$ в каждой точке шара.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 23

1. Дифракция света. Принцип Гюйгенса–Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии. Зоны Френеля.
2. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Явные методы Рунге–Кутты.
3. Количество актов радиоактивного распада в промежутке времени $[0, t)$ имеет распределение Пуассона со средним λt (здесь $t > 0, \lambda = \text{const}, \lambda > 0$). Найдите среднее время, которое пройдёт от начала отсчёта до первого акта распада.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 24

1. Дифракция Фраунгофера. Амплитудные и фазовые дифракционные решетки.
2. Преобразование Фурье и преобразование Лапласа. Их применение в задачах математической физики.
3. Декартовы координаты v_x, v_y, v_z скорости \vec{v} молекулы газа с массой m и температурой T имеют распределение Максвелла. Найдите среднее значение абсолютной величины импульса молекулы.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 25

1. Оптические явления на границе раздела изотропных диэлектриков. Эффект Брюстера. Полное внутреннее отражение.
2. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям. Уравнения Фредгольма и Вольтерра.
3. Поставьте и решите задачу о распределении температуры $u(x, t)$ в тонком однородном стержне длины $l = 1$, если правый конец поддерживается при нулевой температуре, а левый теплоизолирован. Начальное распределение температуры задано как $\cos(\pi x/2)$.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 26

1. Основные постулаты квантовой механики. Волновая функция, операторы координаты и импульса. Соотношения неопределенностей.
2. Краевые задачи для уравнения Гельмгольца. Внутренние и внешние задачи.
3. Поставьте и решите задачу о малых поперечных колебаниях $u(x, t)$ однородной струны длиной $l = 1$, если её левый конец закреплен, а правый свободен ($u_x = 0$). Начальное отклонение равно $\sin(3\pi x/2)$, а начальная скорость равна нулю.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 27

1. Системы тождественных частиц. Бозоны и фермионы. Принцип Паули.
2. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям второго порядка в частных производных. Внутренние и внешние задачи. Условия на бесконечности.
3. Декартовы координаты v_x, v_y, v_z скорости \vec{v} молекулы газа с массой m и температурой T имеют распределение Максвелла. Найдите среднее значение абсолютной величины скорости молекулы.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 28

1. Равновесное электромагнитное излучения. Формула Планка. Закон Стефана–Больцмана.
2. Численное дифференцирование и интегрирование.
3. Распределение температуры на границе шара радиуса a задано как $u(a, \varphi, \theta) = \sin \varphi \sin \theta$ (где r, θ, φ – сферические координаты). Найдите стационарное распределение температуры $u(r, \varphi, \theta)$ в каждой точке шара.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 29

1. Спонтанные и вынужденные переходы. Лазеры.
2. Задача Штурма-Лиувилля для оператора Лапласа. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Лапласа.
3. В системе присутствуют частицы с энергиями E_1, \dots, E_n . Вероятность того, что наугад выбранная частица имеет энергию E_i , равна p_i ($\sum_{i=1}^n p_i = 1$). Найдите максимум энтропии $H = -\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$ данной системы при условии, что средняя энергия системы фиксирована и равна E .

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов

Билет № 30

1. Основные понятия теории относительности. Преобразования Лоренца. Лоренцево сокращение длины и релятивистское замедление времени. Инвариантность пространственно-временного интервала.
2. Числовые и функциональные ряды. Ряд Тейлора.
3. Поставьте и решите задачу о распределении температуры $u(x, t)$ в тонком однородном стержне длины $l = 1$, если левый конец поддерживается при нулевой температуре, а правый теплоизолирован. Начальное распределение температуры равно $\sin(\pi x/2)$.

Заведующий отделением прикладной математики
профессор

А. Н. Боголюбов