

ПРОГРАММА КУРСА

"ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ"

(третий семестр, осень 2009 г.)

1. Комплексные числа. Действия с комплексными числами. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Комплексное сопряжение. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Операции возведения в целую степень и извлечение корня, формулы Эйлера и Муавра. Примеры множеств на комплексной плоскости.
2. Последовательности комплексных чисел. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности комплексных чисел. Критерий Коши. Понятие бесконечно удаленной точки. Расширенная комплексная плоскость.
3. Понятие функции комплексной переменной. Однозначные и однолистные отображения. Обратные функции. Элементарные функции комплексной переменной: линейная и дробно-линейная функция, экспонента и логарифм, степень с произвольным показателем, функция Жуковского; тригонометрические и гиперболические функции.
4. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность и равномерная непрерывность.
5. Дифференцируемость по комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Аналитические функции и их свойства. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Понятие конформного отображения.
6. Интеграл от функции комплексной переменной по кривой на комплексной плоскости, его свойства, связь с криволинейными интегралами, сведение к интегралу по действительной переменной, замена переменной.
7. Интегральная теорема Коши. Неопределенный интеграл, первообразная, формула Ньютона-Лейбница, интегральная формула Коши-Адамара.
8. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши. Формула среднего значения. Принцип максимума модуля аналитической функции.
9. Интеграл типа Коши и возможность его дифференцирования под знаком интеграла. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
10. Интегралы, зависящие от параметра.
11. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Почленное интегрирование равномерно сходящегося ряда. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций.
12. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Теорема о представлении аналитической функции рядом Тейлора.
13. Правильные и особые точки функции. Нули аналитической функции. Теорема о нулях аналитической функции. Единственность определения аналитической функции. Множества задания аналитической функции.
14. Понятие аналитического продолжения. Аналитическое продолжение через общую подобласть двух областей. Теорема о наличии особой точки на границе круга сходимости степенного ряда для аналитической функции. Аналитическое продолжение через общий участок границы двух областей. Аналитическое продолжение с действительной оси. Распространение на комплексную плоскость соотношений, справедливых на действительной оси. Понятие римановой поверхности и точки ветвления многозначных функций.
15. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения.
16. Изолированные особые точки однозначной аналитической функции. Их классификация по поведению функции и ряду Лорана. Теоремы об устранимой особой точке и о полюсе. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса о существенно особой точке. Бесконечно удаленная точка как особая.

17. Понятие вычета. Основная теорема теории вычетов. Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Лемма Жордана.
18. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема высшей алгебры.
19. Конформные отображения. Необходимое и достаточное условие конформности отображения. Основные принципы конформных отображений: принцип соответствия границ, теорема Римана (без доказательства).
20. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Дробно-линейная функция и ее свойства. Общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг. Функция Жуковского и ее свойства.
21. Гармонические функции на плоскости, их связь с аналитическими функциями. Преобразование оператора Лапласа при конформном отображении. Применение конформных отображений в задачах электростатики. Задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения. Формулы Пуассона для круга и для верхней полуплоскости. Задача Робэна- определение плотности распределения заряда на идеально проводящем проводнике.
22. Преобразование Лапласа и его свойства. Изображение элементарных функций. Свойства изображения. Теорема Меллина, формула обращения преобразования Лапласа. Применение преобразования Лапласа к решению линейных дифференциальных уравнений. Изображение произведения.
23. Метод перевала.

Литература:

1. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. "Теория функций комплексной переменной".
2. Кравцов А. В., Майков А. Р. "Пособие к курсу теории функций комплексной переменной".
3. Иванов В. И., Попов В. Ю. "Конформные отображения и их приложения".
4. Волковыский Л. И., Лунц Г. Л., Араманович И. Г. "Сборник задач по теории функций комплексного переменного".
5. Лаврентьева Т. А., Панферов В. С., Серов В. С. "Задачи по теории функций комплексного переменного".
6. Домрин А. В., Сергеев А. Г. "Лекции по комплексному анализу".
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. "Методы теории функций комплексного переменного".
8. Евграфов М. А. "Аналитические функции".
9. Маркушевич А. И. "Теория аналитических функций".
10. Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. "Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости".
11. Привалов И. И. "Введение в теорию функций комплексного переменного".
12. Сидоров Ю. В., Федорюк М. В., Шабунин М. И. "Лекции по теории функций комплексного переменного".