

1. Уравнение Гельмгольца в круге:

$$\begin{cases} \Delta u - 16u = 0, & 0 < r < a, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ u|_{r=a} = 1 + \sin 2\varphi \end{cases}$$

2. Уравнений колебаний на отрезке:

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u|_{t=0} = \sin 3\pi x, \\ u_t|_{t=0} = 0 \\ u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0. \end{cases}$$

3. Уравнение лапласа вне шара:

$$\begin{cases} \Delta u = 0, r > a, 0 < \theta < \pi \\ u|_{r=a} = 15 \sin^3 \theta \cos 3\varphi \end{cases}$$

4. Уравнение теплопроводности в круге :

$$\begin{cases} u_t = a^2 \Delta u, 0 < r < 1, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, t > 0 \\ u|_{t=0} = 0 \\ u|_{r=1} = \cos \varphi \end{cases}$$

5. Задача Штурма Лиувилля в секторе:

$$\begin{cases} \Delta u + \lambda u = 0, 0 < r < a, 0 < \varphi < \pi/6 \\ \left. \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\pi/6} = u|_{r=a} = 0. \end{cases}$$

6. Уравнение лапласа в прямоугольнике:

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 0 < x < 2, 0 < y < 5 \\ u(x, 0) = u(0, y) = u(2, y) = 0 \\ u(x, 5) = \sin \frac{\pi x}{2}. \end{cases}$$