Программа курса «Основы математического моделирования»

1. Основные понятия и принципы математического моделирования. Основные этапы метода математического моделирования. Прямые и обратные задачи математического моделирования. Универсальность математических моделей. Принцип аналогий. Иерархия моделей.
2. Некоторые классические задачи математической физики. Внешние задачи для уравнения Гельмгольца. Условия излучения Зоммерфельда. Принцип предельного поглощения. Принцип предельной амплитуды. Парциальные условия излучения. Излучение волн. Квадрупольный излучатель. Задачи математической теории дифракции. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса). Общая задача Коши. Функция Римана. Построение функции Римана в случае уравнения с постоянными коэффициентами. Динамика сорбции газа. Задача о промерзании (задача о фазовом переходе, задача Стефана). Метод подобия.
3. Математическое моделирование нелинейных объектов и процессов. Математические модели процессов нелинейной теплопроводности и горения. Краевые задачи для квазилинейного уравнения теплопроводности. Автомодельные решения. Режимы с обострением. Математические модели теории нелинейных волн. Метод характеристик. Обобщенное решение. Условие на разрыве. Уравнение Кортевега – де Фриза и законы сохранения. Схема метода обратной задачи. Солитонные решения. Уравнение Буссинеска.
4. Методы исследования математических моделей. Вариационные методы решения краевых задач и определения собственных значений. Принцип Дирихле. Задача о собственных значениях. Некоторые алгоритмы проекционного метода. Общая схема алгоритмов проекционного метода. Метод Ритца. Метод Галеркина. Обобщенный метод моментов. Метод наименьших квадратов. Метод конечных разностей. Основные понятия. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Разностная задача для уравнения теплопроводности на отрезке. Явные и неявные схемы. Метод прогонки, достаточные условия устойчивости. Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Локально-одномерные схемы. Консервативные однородные разностные схемы. Интегро-интерполяционный метод (метод баланса). Метод конечных элементов. Спектральный анализ разностной задачи Коши. Асимптотические методы. Метод малого параметра. Регулярные и сингулярные возмущения. Метод ВКБ. Метод усреднения Крылова – Боголюбова.
5. Некоторые новые объекты и методы математического моделирования. Фракталы и фрактальные структуры. Фракталы в математике. Размерность самоподобия. Фракталы в природе. Моделирование дендритов. Самоорганизация и образование структур. Синергетика. Диссипативные структуры. Модель брюсселятора. Вейвлет-анализ.

Основная литература.

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Наука. Физматлит, 1997.
2. Тарасевич Н.Н. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс. М.: Эдиториал УРСС, 2001
3. Введение в математическое моделирование. Под редакцией Трусова П.В. М.: Логос, 2004.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999.
5. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004.
6. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.
7. Тихонов Н.А., Токмачев М.Г. Курс лекций «Основы математического моделирования». Части 1,2. М.: Физический факультет МГУ, 2013.

Дополнительная литература.

1. Габов С.А. Введение в теорию нелинейных волн. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1992.
2. Марчук Г.И.. Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука,1981.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. В двух книгах. М.: Издательский центр «Академия», 2013.
4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Ижевск: Изд-во ИКИ, 2002.
5. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. Москва-Ижевск: Изд-во ИКИ, 2003.
6. Николис Г. Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1980.
7. Чуи К. Введение в вэйвлеты. М.: Мир, 2001.
8. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2010.