

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
Физический факультет  
Кафедра математики

**А. В. Овчинников**

**Контрольные задания  
по аналитической геометрии  
для студентов 1 курса**



**Москва, 2015**

## **Содержание**

Правила оформления	1
1. Простейшие задачи	2
2. Комплексные числа и многочлены	6
3. Матрицы и определители. Алгоритм Гаусса—Жордана	13
4. Системы линейных уравнений	20
5. Алгебра векторов	29
6. Прямые и плоскости	33
7. Линии второго порядка	49

## ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ

*Внимательно  
прочитайте эти правила,  
прежде чем начинать выполнение работы!*

Контрольные задания выполняются на одной стороне листа белой бумаги формата А4. Обратная сторона листа предназначена для выполнения работы над ошибками. С каждой стороны страницы оставляются поля шириной 2 см. Листы должны быть скреплены степлером.

Первый лист работы — титульный. На нём листе указываются номер контрольной работы, фамилия, имя, отчество студента, номер группы, номер варианта, дата сдачи работы.

Каждая задача выполняется начиная с нового листа. Порядок задач (листов) в выполненной работе должен соответствовать их порядку в сборнике. Условия задач переписывать не нужно.

Работа должна быть выполнена аккуратно, написана разборчивым почерком (либо отпечатана). Решение каждой задачи необходимо сопровождать подробными текстовыми пояснениями; решение без пояснений проверке не подлежит.

Пример оформления титульного листа:

Аналитическая геометрия  
Контрольная работа № 1  
**Иванов Петр Семенович**  
Группа 147  
Вариант 34  
15 февраля 1976 г.

## 1. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ

**1.1. Эллипс.** Эллипс — это множество  $E$  всех точек плоскости, обладающих следующим свойством: для каждой точки  $M \in E$  сумма расстояний до двух фиксированных точек  $F_1$  и  $F_2$  той же плоскости есть постоянная величина:  $MF_1 + MF_2 = \text{const}$ . Точки  $F_1$  и  $F_2$  называются фокусами эллипса.

Обозначим постоянную величину, фигурирующую в определении эллипса, через  $2a$ , а расстояние  $F_1F_2$  между фокусами — через  $2c$ .

1. Объясните, почему должно выполняться соотношение  $a > c$ .
2. Из определения эллипса вытекает простой способ его построения: закрепив в точках  $F_1$  и  $F_2$ , расстояние между которыми равно  $2c$ , концы нерастяжимой нити длиной  $2a$  при помощи булавок, нужно оттянуть нить острём карандаша и провести линию, следя за тем, чтобы нить оставалась натянутой. Постройте этим способом какой-либо эллипс, запишите для него значения  $a$  и  $c$ .
3. Выведем уравнение эллипса в прямоугольной декартовой системе координат. Введём на плоскости систему координат, ось абсцисс которой проходит через фокусы  $F_1$  и  $F_2$  эллипса, а начало расположено посередине между фокусами. Таким образом, координаты фокусов суть  $F_1(-c; 0)$  и  $F_2(c; 0)$ . Пусть  $M(x; y)$  — произвольная точка плоскости. Используя формулу вычисления расстояния между двумя точками, запишите выражения для расстояний  $MF_1$  и  $MF_2$ .
4. Согласно определению эллипса, точка  $M$  лежит на эллипсе тогда и только тогда, когда выполняется соотношение  $MF_1 + MF_2 = 2a$ . Запишите это соотношение в координатах и преобразуйте полученное уравнение к виду, не содержащему знаков квадратного корня.
5. Введя обозначение  $b^2 = a^2 - c^2$ , можно переписать полученное уравнение в виде

$$(1) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

которое называется каноническим уравнением эллипса. Объясните, почему числа  $a$  и  $b$  равны расстояниям от начала координат до точек пересечения эллипса с осями  $Ox$  и  $Oy$  соответственно (по этой причине они называются большой и малой полуосами эллипса). Вычислите значение  $b$  для эллипса, нарисованного вами в п. 2. Добавьте в ваш чертеж систему координат, измерьте линейкой полуоси эллипса и убедитесь, что они равны  $a$  и  $b$  соответственно.

Итак, мы убедились, что если точка  $M(x; y)$  лежит на эллипсе, то её координаты удовлетворяют уравнению (1). Однако при выводе этого уравнения применялась операция возвведения в квадрат, что могло привести к появлению посторонних решений. Убедимся, что этого не произошло.

6. Используя выражения для расстояний  $MF_1$  и  $MF_2$ , найденные в п. 3, и счи-тая, что точка  $M(x; y)$  лежит на эллипсе, заданном уравнением (1) (т.е. её коор-динаты удовлетворяют этому уравнению), получите следующие формулы:

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x, \quad MF_2 = a - \frac{c}{a}x.$$

Объясните, почему в процессе вывода этих формул можно опустить знак модуля при извлечении квадратного корня. Отрезки  $MF_1$  и  $MF_2$ , а также их длины называются фокальными радиусами точки  $M$ .

7. Докажите, что сумма расстояний  $MF_1$  и  $MF_2$ , найденных в п. 6, равна  $2a$ , т.е. любая точка, координаты которой удовлетворяют уравнению (1), действительно принадлежит эллипсу.

8. Используя каноническое уравнение эллипса, докажите, что он симметричен относительно обеих координатных осей.

**1.2. Гипербола.** Гипербола — это множество  $H$  всех точек плоскости, обладающих следующим свойством: для каждой точки  $M \in H$  модуль разности расстояний до двух фиксированных точек  $F_1$  и  $F_2$  той же плоскости есть постоянная величина:  $|MF_1 - MF_2| = \text{const}$ . Точки  $F_1$  и  $F_2$  называются фокусами гиперболы.

Обозначим постоянную величину, фигурирующую в определении гиперболы, через  $2a$ , а расстояние  $F_1F_2$  между фокусами — через  $2c$ .

Проведите исследование, аналогичное исследованию эллипса в предыдущей задаче (кроме построения гиперболы при помощи нити). Будьте внимательны при извлечении квадратного корня в п. 6 (выражения для фокальных радиусов точек гиперболы устроены сложнее, чем для эллипса). При возникновении затруднений обратитесь к учебникам и справочникам.

**1.3. Парабола.** Парабола — это множество  $P$  всех точек плоскости, обладающих следующим свойством: для каждой точки  $M \in P$  расстояние до фиксированной точки  $F$  той же плоскости равно расстоянию до фиксированной прямой  $l$ , не проходящей через точку  $F$ . Точка  $F$  называется фокусом параболы, а прямая  $l$  — её директрисой.

Введём прямоугольную декартову систему координат, ось ординат которой параллельна директрисе  $l$  параболы, ось абсцисс проходит через фокус  $F$ , а начало координат располагается на одинаковом расстоянии от директрисы и фокуса. Расстояние между фокусом и директрисой обозначим через  $p$ .

1. Запишите формулы для расстояний от произвольной точки  $M(x; y)$  плоскости до прямой  $l$  и до точки  $F$ .

2. Считая, что точка  $M$  лежит на параболе, запишите уравнение, которому удовлетворяют её координаты. Преобразуйте уравнение к виду, не содержащему радикалов. У вас должно получиться уравнение  $y^2 = 2px$ , которое называется каноническим уравнением параболы.

3. Пусть координаты точки  $M(x; y)$  удовлетворяют каноническому уравнению параболы. Преобразуйте выражение для расстояния  $MF$  к виду, не содержащему радикалов, и убедитесь, что оно совпадает с выражением для расстояния от точки  $M$  до прямой  $l$ , найденным в п. 1.

**1.4. Линия**, называемая спиралью Архимеда, в полярной системе координат имеет уравнение  $r = a\varphi$ , где  $a = \text{const}$ . Нарисуйте линию по точкам, используя линейку и транспортир, для значений  $\varphi = k \cdot 10^\circ$ ,  $k = 0, 1, \dots, 72$  (всего 73 точки),

взяв удобное значение  $a$ . Чертеж нужно выполнить вручную, без использования компьютера.

**1.5.** Лемниската Бернулли — это множество  $L$  всех точек плоскости, обладающих следующим свойством: для каждой точки  $M \in L$  произведение расстояний до двух фиксированных точек  $F_1$  и  $F_2$  той же плоскости, находящихся на расстоянии  $2a$  друг от друга, есть постоянная величина, равная  $a^2$ :

$$MF_1 \cdot MF_2 = a^2, \quad \text{где } F_1F_2 = 2a.$$

Точки  $F_1$  и  $F_2$  называются фокусами лемнискаты.

Докажите, что в прямоугольной декартовой системе координат, ось абсцисс которой проходит через фокусы, а ось ординат — посередине между ними, уравнение лемнискаты Бернулли имеет вид

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2).$$

Получите уравнение лемнискаты Бернулли в полярных координатах в виде  $r = F(\varphi)$ . Составив таблицу значений функции  $F(\varphi)$  для значений  $\varphi \in [0; 2\pi]$ , постройте лемнискату по точкам при помощи линейки и транспортира. Чертеж нужно выполнить вручную, без использования компьютера.

**1.6.** Уравнение линии в полярных координатах имеет вид  $r = a \cos \varphi$ . Получите уравнение этой линии в декартовых координатах и изобразите её на чертеже при условии, (a) что допустимы лишь значения  $r \geq 0$ ; (b) что допустимы любые вещественные значения  $r$ .

**1.7.** Уравнение линии в полярных координатах имеет вид  $r = a \sin 2\varphi$ . Составив таблицу значений функции  $r(\varphi)$  для  $\varphi \in [0; 2\pi]$ , нарисуйте линию по точкам, используя линейку и транспортир, при условии, (a) что допустимы лишь значения  $r \geq 0$ ; (b) что допустимы любые вещественные значения  $r$ . Чертеж нужно выполнить вручную, без использования компьютера.

**1.8.** Уравнение линии в полярных координатах имеет вид  $r = a \cos 3\varphi$ . Составив таблицу значений функции  $r(\varphi)$  для  $\varphi \in [0; 2\pi]$ , нарисуйте линию по точкам, используя линейку и транспортир, при условии, (a) что допустимы лишь значения  $r \geq 0$ ; (b) что допустимы любые вещественные значения  $r$ . Чертеж нужно выполнить вручную, без использования компьютера.

**1.9.** Найти сферические координаты  $r, \varphi, \theta$  точки  $A$ , если известны её прямоугольные декартовы координаты.

1.9.1.  $A(-1, -\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ .

1.9.6.  $A(-3, \sqrt{3}, 2)$ .

1.9.2.  $A(-\sqrt{2}, -\sqrt{6}, 2\sqrt{2})$ .

1.9.7.  $A(-\sqrt{3}, 3, -2)$ .

1.9.3.  $A(-\sqrt{3}, -3, 2)$ .

1.9.8.  $A(-\sqrt{2}, \sqrt{6}, -2\sqrt{2})$ .

1.9.4.  $A(-\sqrt{3}, 1, 2\sqrt{3})$ .

1.9.9.  $A(-1, \sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ .

1.9.5.  $A(-\sqrt{6}, \sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ .

1.9.10.  $A(-\sqrt{3}, -1, 2\sqrt{3})$ .

$$1.9.11. A(-\sqrt{6}, -\sqrt{2}, 2\sqrt{2}).$$

$$1.9.19. A(\sqrt{3}, -3, -2).$$

$$1.9.12. A(-3, -\sqrt{3}, 2).$$

$$1.9.20. A(\sqrt{2}, -\sqrt{6}, -2\sqrt{2}).$$

$$1.9.13. A(-1, -\sqrt{3}, 2\sqrt{3}).$$

$$1.9.21. A(-\sqrt{3}, -3, 2).$$

$$1.9.14. A(-\sqrt{2}, -\sqrt{6}, 2\sqrt{2}).$$

$$1.9.22. A(-1, \sqrt{3}, -2\sqrt{3}).$$

$$1.9.15. A(-\sqrt{3}, -3, 2).$$

$$1.9.23. A(-\sqrt{3}, -3, 2).$$

$$1.9.16. A(1, -\sqrt{3}, 2\sqrt{3}).$$

$$1.9.24. A(\sqrt{3}, -3, 2).$$

$$1.9.17. A(\sqrt{2}, -\sqrt{6}, 2\sqrt{2}).$$

$$1.9.25. A(-\sqrt{2}, -\sqrt{6}, 2\sqrt{2}).$$

$$1.9.18. A(\sqrt{3}, -3, 2).$$

$$1.9.26. A(-\sqrt{6}, -\sqrt{2}, 2\sqrt{2}).$$

**1.10.** Составьте уравнение множества точек, для которых кратчайшие расстояния до двух данных окружностей равны между собой. Преобразуйте уравнение к виду, не содержащему радикалов.

$$1.10.1. (x+5)^2 + y^2 = 1, \quad (x-5)^2 + y^2 = 625.$$

$$1.10.2. (x+5)^2 + y^2 = 4, \quad (x-5)^2 + y^2 = 576.$$

$$1.10.3. (x+5)^2 + y^2 = 9, \quad (x-5)^2 + y^2 = 529.$$

$$1.10.4. (x+5)^2 + y^2 = 16, \quad (x-5)^2 + y^2 = 484.$$

$$1.10.5. (x+5)^2 + y^2 = 25, \quad (x-5)^2 + y^2 = 441.$$

$$1.10.6. (x+5)^2 + y^2 = 36, \quad (x-5)^2 + y^2 = 400.$$

$$1.10.7. (x+5)^2 + y^2 = 49, \quad (x-5)^2 + y^2 = 361.$$

$$1.10.8. (x+7)^2 + y^2 = 9, \quad (x-7)^2 + y^2 = 2209.$$

$$1.10.9. (x+7)^2 + y^2 = 16, \quad (x-7)^2 + y^2 = 2116.$$

$$1.10.10. (x+7)^2 + y^2 = 25, \quad (x-7)^2 + y^2 = 2025.$$

$$1.10.11. (x+7)^2 + y^2 = 36, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1936.$$

$$1.10.12. (x+7)^2 + y^2 = 49, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1849.$$

$$1.10.13. (x+7)^2 + y^2 = 64, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1764.$$

$$1.10.14. (x+7)^2 + y^2 = 81, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1681.$$

$$1.10.15. (x+7)^2 + y^2 = 100, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1600.$$

$$1.10.16. (x+7)^2 + y^2 = 121, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1521.$$

$$1.10.17. (x+7)^2 + y^2 = 144, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1444.$$

$$1.10.18. (x+7)^2 + y^2 = 169, \quad (x-7)^2 + y^2 = 1369.$$

$$1.10.19. (x + 7)^2 + y^2 = 196, \quad (x - 7)^2 + y^2 = 1296.$$

$$1.10.20. (x + 7)^2 + y^2 = 225, \quad (x - 7)^2 + y^2 = 1225.$$

$$1.10.21. (x + 5)^2 + y^2 = 4, \quad (x - 5)^2 + y^2 = 576.$$

$$1.10.22. (x + 5)^2 + y^2 = 25, \quad (x - 5)^2 + y^2 = 441.$$

$$1.10.23. (x + 7)^2 + y^2 = 25, \quad (x - 7)^2 + y^2 = 2025.$$

$$1.10.24. (x + 7)^2 + y^2 = 64, \quad (x - 7)^2 + y^2 = 1764.$$

$$1.10.25. (x + 7)^2 + y^2 = 100, \quad (x - 7)^2 + y^2 = 1600.$$

$$1.10.26. (x + 7)^2 + y^2 = 196, \quad (x - 7)^2 + y^2 = 1296.$$

## 2. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ

**2.1.** Вычислите значение выражения.

$$2.1.1. \frac{(1+i)^2(1+2i)}{2+i}.$$

$$2.1.10. \frac{(1+3i)^2(3-i)}{1+i}.$$

$$2.1.19. \frac{(1+4i)^2(4-5i)}{5+i}.$$

$$2.1.2. \frac{(1+i)^2(1+3i)}{3+i}.$$

$$2.1.11. \frac{(1+3i)^2(3-2i)}{2+i}.$$

$$2.1.20. \frac{(1-i)^2(2i-1)}{i-2}.$$

$$2.1.3. \frac{(1+i)^2(1+4i)}{4+i}.$$

$$2.1.12. \frac{(1+3i)^2(3-3i)}{3+i}.$$

$$2.1.21. \frac{(1-i)^2(3i-1)}{i-3}.$$

$$2.1.4. \frac{(1+i)^2(1+5i)}{5+i}.$$

$$2.1.13. \frac{(1+3i)^2(3-4i)}{4+i}.$$

$$2.1.22. \frac{(1-i)^2(4i-1)}{i-4}.$$

$$2.1.5. \frac{(1+2i)^2(2-i)}{1+i}.$$

$$2.1.14. \frac{(1+3i)^2(3-5i)}{5+i}.$$

$$2.1.23. \frac{(1-i)^2(5i-1)}{i-5}.$$

$$2.1.6. \frac{(1+2i)^2(2-2i)}{2+i}.$$

$$2.1.15. \frac{(1+4i)^2(4-i)}{1+i}.$$

$$2.1.24. \frac{(1-2i)^2(i-2)}{i-1}.$$

$$2.1.7. \frac{(1+2i)^2(2-3i)}{3+i}.$$

$$2.1.16. \frac{(1+4i)^2(4-2i)}{2+i}.$$

$$2.1.25. \frac{(1+2i)^2(2-i)}{1+i}.$$

$$2.1.8. \frac{(1+2i)^2(2-4i)}{4+i}.$$

$$2.1.17. \frac{(1+4i)^2(4-3i)}{3+i}.$$

$$2.1.26. \frac{(1+3i)^2(3-5i)}{5+i}.$$

$$2.1.9. \frac{(1+2i)^2(2-5i)}{5+i}.$$

$$2.1.18. \frac{(1+4i)^2(4-4i)}{4+i}.$$

**2.2.** Вычислите значение выражения.

$$2.2.1. \left( \frac{-1+5i}{(2+3i)\sqrt{2}} \right)^{-25}.$$

$$2.2.2. \left( \frac{5+i}{(2+3i)\sqrt{2}} \right)^{-33}.$$

$$2.2.3. \left( \frac{(2+i)\sqrt{2}}{i-3} \right)^{-41}.$$

2.2.4. $\left(\frac{(2i-1)\sqrt{2}}{3-i}\right)^{-49}$ .	2.2.12. $\left(\frac{(-2-i)\sqrt{2}}{1+3i}\right)^{-57}$ .	2.2.20. $\left(\frac{-1+3i}{\sqrt{2}(2-i)}\right)^{-65}$ .
2.2.5. $\left(\frac{-1+3i}{\sqrt{2}(1+2i)}\right)^{-57}$ .	2.2.13. $\left(\frac{1+3i}{\sqrt{2}(2+i)}\right)^{-65}$ .	2.2.21. $\left(\frac{(1+2i)\sqrt{2}}{3+i}\right)^{-73}$ .
2.2.6. $\left(\frac{3+i}{\sqrt{2}(1+2i)}\right)^{-65}$ .	2.2.14. $\left(\frac{3-i}{\sqrt{2}(2+i)}\right)^{-73}$ .	2.2.22. $\left(\frac{5+i}{(2+3i)\sqrt{2}}\right)^{-33}$ .
2.2.7. $\left(\frac{1-3i}{\sqrt{2}(1+2i)}\right)^{-73}$ .	2.2.15. $\left(\frac{-1-3i}{\sqrt{2}(2+i)}\right)^{-25}$ .	2.2.23. $\left(\frac{(2+i)\sqrt{2}}{1+3i}\right)^{-41}$ .
2.2.8. $\left(\frac{-3-i}{\sqrt{2}(1+2i)}\right)^{-25}$ .	2.2.16. $\left(\frac{-3+i}{\sqrt{2}(2+i)}\right)^{-33}$ .	2.2.24. $\left(\frac{-1-3i}{\sqrt{2}(2+i)}\right)^{-25}$ .
2.2.9. $\left(\frac{(-1+2i)\sqrt{2}}{1+3i}\right)^{-33}$ .	2.2.17. $\left(\frac{3+i}{\sqrt{2}(2-i)}\right)^{-41}$ .	2.2.25. $\left(\frac{3+i}{\sqrt{2}(2-i)}\right)^{-41}$ .
2.2.10. $\left(\frac{(2+i)\sqrt{2}}{1+3i}\right)^{-41}$ .	2.2.18. $\left(\frac{1-3i}{\sqrt{2}(2-i)}\right)^{-49}$ .	2.2.26. $\left(\frac{-3-i}{\sqrt{2}(2-i)}\right)^{-57}$ .
2.2.11. $\left(\frac{(1-2i)\sqrt{2}}{1+3i}\right)^{-49}$ .	2.2.19. $\left(\frac{-3-i}{\sqrt{2}(2-i)}\right)^{-57}$ .	

**2.3.** Решите квадратное уравнение.

2.3.1. $z^2 - (3+i)z + 4 + 3i = 0$ .	2.3.14. $z^2 - (3+2i)z + 5 + i = 0$ .
2.3.2. $z^2 - (3-i)z + 4 - 3i = 0$ .	2.3.15. $z^2 - (4+4i)z + 1 + 8i = 0$ .
2.3.3. $z^2 - (3+3i)z + 5i = 0$ .	2.3.16. $z^2 - (4+2i)z + 7 + 4i = 0$ .
2.3.4. $z^2 - (3-3i)z - 5i = 0$ .	2.3.17. $z^2 - (3-2i)z + 5 - i = 0$ .
2.3.5. $z^2 - (2+4i)z - 2 + 4i = 0$ .	2.3.18. $z^2 - (3-4i)z - 1 - 5i = 0$ .
2.3.6. $z^2 - (2+2i)z + 4 + 2i = 0$ .	2.3.19. $z^2 - (4-2i)z + 7 - 4i = 0$ .
2.3.7. $z^2 - (2-2i)z + 4 - 2i = 0$ .	2.3.20. $z^2 - (4-4i)z + 1 - 8i = 0$ .
2.3.8. $z^2 - (2-4i)z - 2 - 4i = 0$ .	2.3.21. $z^2 - (4+3i)z + 1 + 5i = 0$ .
2.3.9. $z^2 - (3+4i)z - 1 + 7i = 0$ .	2.3.22. $z^2 - (4+i)z + 5 - i = 0$ .
2.3.10. $z^2 - (3+2i)z + 5 + 5i = 0$ .	2.3.23. $z^2 - (5+3i)z + 4 + 7i = 0$ .
2.3.11. $z^2 - (3-2i)z + 5 - 5i = 0$ .	2.3.24. $z^2 - (5+i)z + 8 + i = 0$ .
2.3.12. $z^2 - (3-4i)z - 1 - 7i = 0$ .	2.3.25. $z^2 - (7+8i)z + 3 + 37i = 0$ .
2.3.13. $z^2 - (3+4i)z - 1 + 5i = 0$ .	2.3.26. $z^2 - (3+4i)z - 1 + 5i = 0$ .

**2.4.** Найдите модуль и главное значение аргумента (удовлетворяющее условию  $-\pi < \arg z \leq \pi$ ) комплексного числа. Аргумент выразите через арктангенс.

- |                    |                     |                     |                     |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 2.4.1. $-2 + 5i$ . | 2.4.8. $-5 - 3i$ .  | 2.4.15. $-7 + 3i$ . | 2.4.22. $-4 + 5i$ . |
| 2.4.2. $-2 - 5i$ . | 2.4.9. $-4 + 5i$ .  | 2.4.16. $-7 - 3i$ . | 2.4.23. $-5 - 4i$ . |
| 2.4.3. $-5 + 2i$ . | 2.4.10. $-4 - 5i$ . | 2.4.17. $-4 + 7i$ . |                     |
| 2.4.4. $-5 - 2i$ . | 2.4.11. $-5 + 4i$ . | 2.4.18. $-4 - 7i$ . | 2.4.24. $-4 + 7i$ . |
| 2.4.5. $-3 + 5i$ . | 2.4.12. $-5 - 4i$ . | 2.4.19. $-7 + 4i$ . | 2.4.25. $-4 - 7i$ . |
| 2.4.6. $-3 - 5i$ . | 2.4.13. $-3 + 7i$ . | 2.4.20. $-7 - 4i$ . |                     |
| 2.4.7. $-5 + 3i$ . | 2.4.14. $-3 - 7i$ . | 2.4.21. $-5 - 2i$ . | 2.4.26. $-7 - 4i$ . |

**2.5.** Найдите все значения корня из комплексного числа. Запишите ответ в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.

- |   |  |
|---|--|
| 2.5.1. $\sqrt[3]{\frac{8+19i}{4-3i} - \frac{7-6i}{1+2i}}$ .   | 2.5.12. $\sqrt[3]{\frac{19+8i}{i-4} - \frac{13+9i}{1+3i}}$ .   |
| 2.5.2. $\sqrt[3]{\frac{22+7i}{2+3i} - \frac{29+15i}{5-i}}$ .  | 2.5.13. $\sqrt[3]{\frac{9i-2}{2+i} + \frac{17+17i}{3-5i}}$ .   |
| 2.5.3. $\sqrt[3]{\frac{i-18}{3+2i} + \frac{14i-23}{2-5i}}$ .  | 2.5.14. $\sqrt[3]{\frac{1-18i}{3-2i} - \frac{5+15i}{3+i}}$ .   |
| 2.5.4. $\sqrt[3]{\frac{31i-8}{4-3i} - \frac{3-14i}{1+2i}}$ .  | 2.5.15. $\sqrt[3]{\frac{21+16i}{i-4} - \frac{19+7i}{1+3i}}$ .  |
| 2.5.5. $\sqrt[3]{\frac{18+i}{2+3i} - \frac{19+17i}{5-i}}$ .   | 2.5.16. $\sqrt[3]{\frac{2+11i}{2+i} + \frac{11+27i}{3-5i}}$ .  |
| 2.5.6. $\sqrt[3]{\frac{7i-22}{3+2i} - \frac{33-10i}{2-5i}}$ . | 2.5.17. $\sqrt[3]{\frac{7-22i}{3-2i} - \frac{11+17i}{3+i}}$ .  |
| 2.5.7. $\sqrt[3]{\frac{11-2i}{1-2i} - \frac{24-7i}{4+3i}}$ .  | 2.5.18. $\sqrt[3]{\frac{17+11i}{i-3} - \frac{29+15i}{1+5i}}$ . |
| 2.5.8. $\sqrt[3]{\frac{14-5i}{2+3i} - \frac{9+19i}{5-i}}$ .   | 2.5.19. $\sqrt[3]{\frac{29-3i}{3-5i} - \frac{10-5i}{2+i}}$ .   |
| 2.5.9. $\sqrt[3]{\frac{23+24i}{i-4} - \frac{25+5i}{1+3i}}$ .  | 2.5.20. $\sqrt[3]{\frac{19-7i}{3+i} - \frac{23+2i}{3-2i}}$ .   |
| 2.5.10. $\sqrt[3]{\frac{9+2i}{1-2i} - \frac{16-13i}{4+3i}}$ . | 2.5.21. $\sqrt[3]{\frac{i-13}{3-i} - \frac{9+19i}{1+5i}}$ .    |
| 2.5.11. $\sqrt[3]{\frac{1-13i}{3+i} - \frac{5+14i}{3-2i}}$ .  | 2.5.22. $\sqrt[3]{\frac{22+7i}{2+3i} - \frac{29+15i}{5-i}}$ .  |

$$2.5.23. \sqrt[3]{\frac{18+i}{2+3i} - \frac{19+17i}{5-i}}.$$

$$2.5.24. \sqrt[3]{\frac{23+24i}{i-4} - \frac{25+5i}{1+3i}}.$$

**2.6.** Найдите все значения корня из комплексного числа. Запишите ответ в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.

$$2.6.1. \sqrt[4]{\frac{5\sqrt{3}+23i}{\sqrt{3}-i} - \frac{8\sqrt{3}+9i}{\sqrt{3}+2i}}.$$

$$2.6.2. \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{3}-21i}{\sqrt{3}+i} - \frac{12\sqrt{3}+7i}{2\sqrt{3}-i}}.$$

$$2.6.3. \sqrt[4]{\frac{\sqrt{3}+11i}{\sqrt{3}-i} + \frac{3i-16\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2i}}.$$

$$2.6.4. \sqrt[4]{\frac{5\sqrt{3}-19i}{\sqrt{3}+i} - \frac{16\sqrt{3}+5i}{2\sqrt{3}-i}}.$$

$$2.6.5. \sqrt[4]{\frac{19i-9\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i} - \frac{4\sqrt{3}-15i}{\sqrt{3}-2i}}.$$

$$2.6.6. \sqrt[4]{\frac{7\sqrt{3}+17i}{i-\sqrt{3}} - \frac{12\sqrt{3}+19i}{2\sqrt{3}+i}}.$$

$$2.6.7. \sqrt[4]{\frac{20i-8\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i} - \frac{5\sqrt{3}-17i}{\sqrt{3}-2i}}.$$

$$2.6.8. \sqrt[4]{\frac{8\sqrt{3}+20i}{i-\sqrt{3}} - \frac{13\sqrt{3}+13i}{2\sqrt{3}+i}}.$$

$$2.6.9. \sqrt[4]{\frac{6i\sqrt{3}-22}{1+i\sqrt{3}} + \frac{9i\sqrt{3}-11}{2-i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.10. \sqrt[4]{\frac{18-22i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}} - \frac{13-13i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.11. \sqrt[4]{\frac{5i\sqrt{3}-19}{1+i\sqrt{3}} - \frac{8-11i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}}}.$$

$$2.5.25. \sqrt[3]{\frac{9i-2}{2+i} + \frac{17+17i}{3-5i}}.$$

$$2.5.26. \sqrt[3]{\frac{2+11i}{2+i} + \frac{11+27i}{3-5i}}.$$

$$2.6.12. \sqrt[4]{\frac{9-13i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}} - \frac{31-10i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.13. \sqrt[4]{\frac{17+7i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}} - \frac{20+3i\sqrt{3}}{2+i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.14. \sqrt[4]{\frac{3-15i\sqrt{3}}{3+i\sqrt{3}} - \frac{29-6i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.15. \sqrt[4]{\frac{16+8i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}} - \frac{18+2i\sqrt{3}}{2+i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.16. \sqrt[4]{\frac{9-7i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}} - \frac{22+3i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.17. \sqrt[4]{\frac{3+16i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}} - \frac{11-i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.18. \sqrt[4]{\frac{12-8i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}} - \frac{19+i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.19. \sqrt[4]{\frac{2i\sqrt{3}-10}{1+i\sqrt{3}} + \frac{1+17i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.20. \sqrt[4]{\frac{14-6i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}} - \frac{23-i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.21. \sqrt[4]{\frac{8+4i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}} - \frac{29-3i\sqrt{3}}{2+i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.22. \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{3}-21i}{\sqrt{3}+i} - \frac{12\sqrt{3}+7i}{2\sqrt{3}-i}}.$$

$$2.6.23. \sqrt[4]{\frac{19i-9\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i} - \frac{4\sqrt{3}-15i}{\sqrt{3}-2i}}.$$

$$2.6.24. \sqrt[4]{\frac{18 - 22i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} - \frac{13 - 13i\sqrt{3}}{1 - 2i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.26. \sqrt[4]{\frac{2i\sqrt{3} - 10}{1 + i\sqrt{3}} + \frac{1 + 17i\sqrt{3}}{2 - i\sqrt{3}}}.$$

$$2.6.25. \sqrt[4]{\frac{17 + 7i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}} - \frac{20 + 3i\sqrt{3}}{2 + i\sqrt{3}}}.$$

**2.7.** Решите уравнение, у которого известен один корень.

$$2.7.1. z^4 - 6z^3 + 23z^2 - 34z + 26 = 0; \quad z_1 = 1 + i.$$

$$2.7.2. z^4 - 8z^3 + 34z^2 - 72z + 65 = 0; \quad z_1 = 2 - i.$$

$$2.7.3. z^4 - 10z^3 + 47z^2 - 118z + 130 = 0; \quad z_1 = 3 + i.$$

$$2.7.4. z^4 - 12z^3 + 62z^2 - 172z + 221 = 0; \quad z_1 = 4 - i.$$

$$2.7.5. z^4 - 2z^3 + 7z^2 + 18z + 26 = 0; \quad z_1 = -1 + i.$$

$$2.7.6. z^4 + 2z^2 + 32z + 65 = 0; \quad z_1 = -2 - i.$$

$$2.7.7. z^4 + 2z^3 - z^2 + 38z + 130 = 0; \quad z_1 = -3 + i.$$

$$2.7.8. z^4 + 4z^3 - 2z^2 + 36z + 221 = 0; \quad z_1 = -4 - i.$$

$$2.7.9. z^4 - 6z^3 + 26z^2 - 46z + 65 = 0; \quad z_1 = 1 + 2i.$$

$$2.7.10. z^4 - 8z^3 + 37z^2 - 84z + 104 = 0; \quad z_1 = 2 - 2i.$$

$$2.7.11. z^4 - 10z^3 + 50z^2 - 130z + 169 = 0; \quad z_1 = 3 + 2i.$$

$$2.7.12. z^4 - 12z^3 + 65z^2 - 184z + 260 = 0; \quad z_1 = 4 - 2i.$$

$$2.7.13. z^4 - 2z^3 + 10z^2 + 6z + 65 = 0; \quad z_1 = -1 + 2i.$$

$$2.7.14. z^4 + 5z^2 + 20z + 104 = 0; \quad z_1 = -2 - 2i.$$

$$2.7.15. z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 26z + 169 = 0; \quad z_1 = -3 + 2i.$$

$$2.7.16. z^4 + 4z^3 + z^2 + 24z + 260 = 0; \quad z_1 = -4 - 2i.$$

$$2.7.17. z^4 - 6z^3 + 38z^2 - 94z + 221 = 0; \quad z_1 = 1 + 4i.$$

$$2.7.18. z^4 - 8z^3 + 49z^2 - 132z + 260 = 0; \quad z_1 = 2 - 4i.$$

$$2.7.19. z^4 - 10z^3 + 62z^2 - 178z + 325 = 0; \quad z_1 = 3 + 4i.$$

$$2.7.20. z^4 - 12z^3 + 77z^2 - 232z + 416 = 0; \quad z_1 = 4 - 4i.$$

$$2.7.21. z^4 - 2z^3 + 22z^2 - 42z + 221 = 0; \quad z_1 = -1 + 4i.$$

$$2.7.22. z^4 + 17z^2 - 28z + 260 = 0; \quad z_1 = -2 - 4i.$$

$$2.7.23. z^4 + 2z^3 + 14z^2 - 22z + 325 = 0; \quad z_1 = -3 + 4i.$$

$$2.7.24. z^4 + 4z^3 + 13z^2 - 24z + 416 = 0; \quad z_1 = -4 - 4i.$$

$$2.7.25. z^4 - 6z^3 + 47z^2 - 130z + 338 = 0; \quad z_1 = 1 + 5i.$$

$$2.7.26. z^4 + 4z^3 - 2z^2 + 36z + 221 = 0; \quad z_1 = -4 - i.$$

**2.8.** Найдите многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами, имеющий данные числа своими корнями.

2.8.1. $-1 - 4i, -2 + 3i.$	2.8.10. $-3 + 5i, 2 + 4i.$	2.8.19. $4 + 2i, 2 - i.$
2.8.2. $4 - i, 5i.$	2.8.11. $-3 - 3i, -1 - 5i.$	2.8.20. $2 - 3i, 4 - 2i.$
2.8.3. $1 + 5i, -2 + 3i.$	2.8.12. $-2 - 2i, -4 + i.$	2.8.21. $-3 + 4i, 2 - 2i.$
2.8.4. $-2 + 3i, -3 + 3i.$	2.8.13. $4 - i, 2 + 4i.$	2.8.22. $-1 - 4i, -2 + 3i.$
2.8.5. $5 + 3i, 3 + 5i.$	2.8.14. $3 - 5i, 1 - 4i.$	2.8.23. $-2 + 3i, -3 + 3i.$
2.8.6. $-1 - 3i, 5 - 3i.$	2.8.15. $1 + i, -2 + 4i.$	2.8.24. $5 + 2i, -4 + 3i.$
2.8.7. $1 + 3i, 5 - 4i.$	2.8.16. $3 + 5i, -1 - 3i.$	2.8.25. $4 - i, 2 + 4i.$
2.8.8. $4 - i, 3 - 5i.$	2.8.17. $-3 + 4i, 5 + i.$	2.8.26. $3 + 5i, -1 - 3i.$
2.8.9. $5 + 2i, -4 + 3i.$	2.8.18. $1 + 4i, -1 - 3i.$	

**2.9.** Разделите многочлен  $P(x)$  на многочлен  $Q(x)$  «уголком».

- 2.9.1.  $P(x) = -12x^5 - 6x^4 + 34x^3 + 6x^2 - 32x - 12, \quad Q(x) = 3x^2 + 6x + 2.$
- 2.9.2.  $P(x) = 8x^5 + 28x^4 + 32x^3 + 20x^2 + 8x + 24, \quad Q(x) = 2x^2 + 4x + 4.$
- 2.9.3.  $P(x) = 10x^5 - 22x^4 - 26x^3 + 54x^2 + 14x - 30, \quad Q(x) = 5x^2 - x - 5.$
- 2.9.4.  $P(x) = 10x^5 - 12x^4 + x^3 - 24x^2 + 14x - 2, \quad Q(x) = -2x^2 + 4x - 1.$
- 2.9.5.  $P(x) = 3x^5 + 7x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 3x - 2, \quad Q(x) = x^2 + x - 2.$
- 2.9.6.  $P(x) = -15x^5 - 3x^4 + 10x^3 - 3x^2 + 9x + 2, \quad Q(x) = -5x^2 + 4x + 1.$
- 2.9.7.  $P(x) = -20x^5 + 22x^4 - 12x^3 + 27x^2 - 7x + 20, \quad Q(x) = -5x^2 + 3x - 4.$
- 2.9.8.  $P(x) = 12x^5 - 30x^4 + 14x^3 + 33x^2 - 31x + 5, \quad Q(x) = -6x^2 + 6x - 1.$
- 2.9.9.  $P(x) = 8x^5 - 24x^4 + 24x^3 - 23x^2 + 6x + 5, \quad Q(x) = -4x^2 + 2x + 1.$
- 2.9.10.  $P(x) = -16x^5 - 24x^4 + 3x^3 + 22x^2 + 13x + 2, \quad Q(x) = -4x^2 - 5x - 1.$
- 2.9.11.  $P(x) = -2x^5 + 4x^4 + 17x^3 - 31x^2 - 7x + 10, \quad Q(x) = -x^2 - x + 5.$
- 2.9.12.  $P(x) = -24x^5 - 20x^4 - 4x^3 - 22x^2 - 4x + 10, \quad Q(x) = 4x^2 + 2x - 2.$
- 2.9.13.  $P(x) = 24x^5 + 16x^4 - 48x^3 - 7x^2 - 2x - 3, \quad Q(x) = 6x^2 - 5x - 3.$
- 2.9.14.  $P(x) = -12x^5 - 10x^4 + 20x^3 + 3x^2 - 12x + 5, \quad Q(x) = -6x^2 - 2x + 5.$
- 2.9.15.  $P(x) = 24x^5 - 24x^4 - 38x^3 + 28x^2 + 9x - 2, \quad Q(x) = -6x^2 + 3x + 2.$
- 2.9.16.  $P(x) = -15x^5 - 11x^4 - 10x^3 - 25x^2 - 28x - 10, \quad Q(x) = 3x^2 + 4x + 2.$
- 2.9.17.  $P(x) = -20x^5 + 31x^4 + 14x^3 - 5x^2 - 20x - 12, \quad Q(x) = -5x^2 + 4x + 4.$
- 2.9.18.  $P(x) = 2x^5 + 3x^4 - 11x^3 - 7x^2 + 11x + 6, \quad Q(x) = 2x^2 - x - 3.$
- 2.9.19.  $P(x) = 20x^5 - 34x^4 + 17x^3 + 15x^2 - 21x + 9, \quad Q(x) = 4x^2 - 6x + 3.$

2.9.20.  $P(x) = -8x^5 - 28x^4 + 2x^3 - 14x^2 - 3x + 15$ ,  $Q(x) = 2x^2 + 6x - 5$ .

2.9.21.  $P(x) = 2x^5 + x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 3x - 2$ ,  $Q(x) = -2x^2 + x + 2$ .

2.9.22.  $P(x) = -5x^5 - 18x^4 - 38x^3 - 25x^2 - 14x + 10$ ,  $Q(x) = x^2 + 3x + 5$ .

2.9.23.  $P(x) = 6x^5 - 11x^4 + 13x^3 - 8x^2 - 3x + 3$ ,  $Q(x) = 2x^2 - x - 1$ .

2.9.24.  $P(x) = 3x^5 + 7x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 3x - 2$ ,  $Q(x) = x^2 + x - 2$ .

2.9.25.  $P(x) = -12x^5 - 10x^4 + 20x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ ,  $Q(x) = -6x^2 - 2x + 5$ .

2.9.26.  $P(x) = 20x^5 - 34x^4 + 17x^3 + 15x^2 - 21x + 9$ ,  $Q(x) = 4x^2 - 6x + 3$ .

**2.10.** Используя схему Горнера, разложите многочлен  $P(x)$  на неприводимые множители (а) над полем  $\mathbb{R}$ ; (б) над полем  $\mathbb{C}$ :

2.10.1.  $P(x) = x^5 + 5x^4 + 13x^3 + 19x^2 + 14x + 4$ .

2.10.2.  $P(x) = x^5 + 5x^4 + 15x^3 + 25x^2 + 20x + 6$ .

2.10.3.  $P(x) = x^5 + 5x^4 + 17x^3 + 31x^2 + 26x + 8$ .

2.10.4.  $P(x) = x^5 + 5x^4 + 21x^3 + 43x^2 + 38x + 12$ .

2.10.5.  $P(x) = x^5 + 10x^4 + 43x^3 + 98x^2 + 116x + 56$ .

2.10.6.  $P(x) = x^5 + 10x^4 + 45x^3 + 110x^2 + 140x + 72$ .

2.10.7.  $P(x) = x^5 + 10x^4 + 47x^3 + 122x^2 + 164x + 88$ .

2.10.8.  $P(x) = x^5 - 10x^4 + 43x^3 - 98x^2 + 116x - 56$ .

2.10.9.  $P(x) = x^5 - 10x^4 + 45x^3 - 110x^2 + 140x - 72$ .

2.10.10.  $P(x) = x^5 - 10x^4 + 47x^3 - 122x^2 + 164x - 88$ .

2.10.11.  $P(x) = x^5 + 5x^4 + 11x^3 + 13x^2 + 8x + 2$ .

2.10.12.  $P(x) = x^5 + 10x^4 + 41x^3 + 86x^2 + 92x + 40$ .

2.10.13.  $P(x) = x^5 - 10x^4 + 41x^3 - 86x^2 + 92x - 40$ .

2.10.14.  $P(x) = x^5 - 10x^4 + 50x^3 - 140x^2 + 200x - 112$ .

2.10.15.  $P(x) = x^5 - 15x^4 + 93x^3 - 297x^2 + 486x - 324$ .

2.10.16.  $P(x) = x^5 - 15x^4 + 95x^3 - 315x^2 + 540x - 378$ .

2.10.17.  $P(x) = x^5 + 15x^4 + 91x^3 + 279x^2 + 432x + 270$ .

2.10.18.  $P(x) = x^5 + 15x^4 + 93x^3 + 297x^2 + 486x + 324$ .

2.10.19.  $P(x) = x^5 + 15x^4 + 95x^3 + 315x^2 + 540x + 378$ .

2.10.20.  $P(x) = x^5 + 5x^4 + 12x^3 + 16x^2 + 11x + 3$ .

2.10.21.  $P(x) = x^5 + 10x^4 + 42x^3 + 92x^2 + 104x + 48$ .

$$2.10.22. P(x) = x^5 - 10x^4 + 42x^3 - 92x^2 + 104x - 48.$$

$$2.10.23. P(x) = x^5 + 15x^4 + 92x^3 + 288x^2 + 459x + 297.$$

$$2.10.24. P(x) = x^5 - 15x^4 + 92x^3 - 288x^2 + 459x - 297.$$

$$2.10.25. P(x) = x^5 + 5x^4 + 16x^3 + 28x^2 + 23x + 7.$$

$$2.10.26. P(x) = x^5 - 10x^4 + 46x^3 - 116x^2 + 152x - 80.$$

$$2.10.27. P(x) = x^5 + 10x^4 + 46x^3 + 116x^2 + 152x + 80.$$

### 3. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. АЛГОРИТМ ГАУССА—ЖОРДАНА

**3.1.** Найдите произведения матриц  $AX$ ,  $X^TAX$ , где  $X = (x, y, z)^T$ , а матрица  $A$  равна

$$3.1.1. \begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 \\ 5 & -5 & -4 \\ -5 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.10. \begin{pmatrix} -3 & -4 & 6 \\ -5 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.19. \begin{pmatrix} -7 & -3 & 4 \\ -4 & -7 & 6 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.2. \begin{pmatrix} -6 & 3 & 6 \\ -5 & 4 & 4 \\ 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.11. \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 1 & -6 & -3 \\ 6 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.20. \begin{pmatrix} -4 & -1 & 1 \\ -4 & 6 & 4 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.3. \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -3 & 4 & -3 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.12. \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 7 & -2 & 7 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.21. \begin{pmatrix} 3 & 5 & -5 \\ -2 & -7 & -6 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.4. \begin{pmatrix} -3 & 6 & -6 \\ 1 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.13. \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 \\ -2 & 6 & -7 \\ -5 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.22. \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ 2 & -4 & -7 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.5. \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ -1 & -2 & 4 \\ -6 & 5 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.14. \begin{pmatrix} -6 & -6 & -6 \\ -7 & 6 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.23. \begin{pmatrix} 4 & 6 & -3 \\ 1 & 5 & -1 \\ -3 & 2 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.6. \begin{pmatrix} -1 & -2 & -7 \\ -4 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.15. \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 1 & 7 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.24. \begin{pmatrix} -7 & 6 & -4 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.7. \begin{pmatrix} -4 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 3 \\ 1 & -6 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.16. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & -5 \\ 2 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.25. \begin{pmatrix} -2 & -4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.8. \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -6 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.17. \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -5 & 4 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.26. \begin{pmatrix} 2 & -1 & -7 \\ -5 & -1 & -5 \\ -6 & -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.9. \begin{pmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & -7 \\ -5 & -6 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$3.1.18. \begin{pmatrix} -6 & 3 & -3 \\ 7 & 3 & -4 \\ -3 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**3.2.** Вычислите определитель четырьмя способами: (а) при помощи правила Саррюса; (б) разложив по первой строке; (с) разложив по первому столбцу; (д) приведя его к треугольному виду с помощью алгоритма Гаусса.

$$3.2.1. \begin{vmatrix} -3 & 3 & -4 \\ 5 & -2 & 7 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.10. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 5 & 1 & 3 \\ 7 & -6 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.19. \begin{vmatrix} 2 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.2. \begin{vmatrix} 5 & 7 & -1 \\ -4 & -1 & -3 \\ -4 & -6 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.11. \begin{vmatrix} -3 & -1 & -6 \\ -7 & 1 & 2 \\ 6 & 7 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.20. \begin{vmatrix} 4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & -5 \\ -3 & -4 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.3. \begin{vmatrix} 4 & 1 & -5 \\ 3 & -4 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.12. \begin{vmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -7 & 3 & 4 \\ -1 & -6 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.21. \begin{vmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \\ -7 & 2 & -6 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.4. \begin{vmatrix} -2 & 2 & -7 \\ 4 & -7 & 7 \\ -3 & 3 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.13. \begin{vmatrix} -5 & 4 & -3 \\ -2 & -6 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.22. \begin{vmatrix} -5 & -7 & -2 \\ -5 & 4 & -5 \\ -3 & -4 & -7 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.5. \begin{vmatrix} 6 & -4 & 5 \\ -3 & -2 & 4 \\ -4 & 6 & 6 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.14. \begin{vmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 3 & 7 & 2 \\ -7 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.23. \begin{vmatrix} 5 & -7 & -7 \\ 4 & -6 & -5 \\ -3 & -4 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.6. \begin{vmatrix} -7 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & -4 & -7 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.15. \begin{vmatrix} 4 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.24. \begin{vmatrix} 3 & -6 & -7 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & 5 & -3 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.7. \begin{vmatrix} -7 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 6 \\ -5 & 5 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.16. \begin{vmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -2 & -2 & -6 \\ -1 & 3 & -7 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.25. \begin{vmatrix} 6 & -3 & -2 \\ 3 & -5 & 3 \\ -2 & 4 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.8. \begin{vmatrix} 5 & 5 & 7 \\ -2 & -5 & 2 \\ 7 & 5 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.17. \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ -5 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.9. \begin{vmatrix} 3 & 3 & 6 \\ -4 & -6 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.18. \begin{vmatrix} -5 & -2 & -5 \\ -7 & 2 & -4 \\ -6 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$3.2.26. \begin{vmatrix} -7 & 6 & 6 \\ -7 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$$

**3.3.** Для данной матрицы найдите обратную. Проверьте правильность вычисления умножением матриц.

$$3.3.1. \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.3. \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.5. \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -7 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.7. \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.2. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.4. \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.6. \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$3.3.8. \begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 3.3.9.  $\begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ . 3.3.14.  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ . 3.3.19.  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$ . 3.3.24.  $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ .
- 3.3.10.  $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ . 3.3.15.  $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -7 & 7 \end{pmatrix}$ . 3.3.20.  $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ . 3.3.25.  $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ .
- 3.3.11.  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ . 3.3.16.  $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ . 3.3.21.  $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ . 3.3.26.  $\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$ .
- 3.3.12.  $\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$ . 3.3.17.  $\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.3.22.  $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ .
- 3.3.13.  $\begin{pmatrix} -6 & -3 \\ -7 & -6 \end{pmatrix}$ . 3.3.18.  $\begin{pmatrix} -7 & -7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ . 3.3.23.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$ .

**3.4.** Для данной матрицы вычислите обратную при помощи присоединенной матрицы. Проверьте правильность вычисления умножением матриц.

- 3.4.1.  $\begin{pmatrix} 13 & -4 & -3 \\ 16 & -7 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.10.  $\begin{pmatrix} 29 & 4 & 7 \\ -20 & 1 & -5 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.19.  $\begin{pmatrix} -11 & -6 & -4 \\ -21 & -13 & -7 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.2.  $\begin{pmatrix} -19 & 10 & 4 \\ 35 & -6 & -7 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.11.  $\begin{pmatrix} 9 & -18 & -4 \\ 8 & -11 & -4 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.20.  $\begin{pmatrix} -9 & -21 & -5 \\ 8 & 21 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.3.  $\begin{pmatrix} -4 & 34 & 5 \\ -4 & 29 & 4 \\ -1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.12.  $\begin{pmatrix} -35 & -36 & -6 \\ 36 & 31 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.21.  $\begin{pmatrix} 13 & 3 & -3 \\ 24 & 7 & -6 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.4.  $\begin{pmatrix} -2 & 8 & 3 \\ -6 & 31 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.13.  $\begin{pmatrix} -13 & 6 & 2 \\ -42 & 19 & 6 \\ -7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.22.  $\begin{pmatrix} 13 & 30 & 6 \\ 10 & 31 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.5.  $\begin{pmatrix} -5 & -3 & 1 \\ -30 & -9 & 5 \\ -6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.14.  $\begin{pmatrix} 36 & 19 & 5 \\ 14 & 9 & 2 \\ 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.23.  $\begin{pmatrix} 21 & 28 & -5 \\ 28 & 36 & -7 \\ -4 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.6.  $\begin{pmatrix} 10 & -19 & -3 \\ -6 & 13 & 2 \\ -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.15.  $\begin{pmatrix} -41 & -35 & -7 \\ 12 & 9 & 2 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.24.  $\begin{pmatrix} 36 & 33 & 7 \\ -5 & -4 & -1 \\ 5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.7.  $\begin{pmatrix} -3 & 6 & -1 \\ 4 & -6 & 1 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.16.  $\begin{pmatrix} -3 & -7 & 1 \\ 20 & 26 & -5 \\ -4 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.25.  $\begin{pmatrix} -17 & -24 & 6 \\ 21 & 36 & -7 \\ -3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.8.  $\begin{pmatrix} 37 & -29 & -6 \\ -18 & 16 & 3 \\ -6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.17.  $\begin{pmatrix} -17 & -9 & -3 \\ -30 & -24 & -5 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.26.  $\begin{pmatrix} -20 & 11 & -3 \\ -14 & 13 & -2 \\ 7 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.4.9.  $\begin{pmatrix} -34 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -7 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . 3.4.18.  $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -30 & 21 & -5 \\ 6 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ .

**3.5.** Методом Гаусса приведите матрицу к упрощённому виду. Укажите базисные столбцы и найдите линейные зависимости между столбцами.

$$3.5.1. \begin{pmatrix} -5 & -1 & -13 & -3 & -32 & 7 \\ -3 & 3 & 3 & 1 & 2 & 15 \\ -2 & -4 & -16 & -2 & -24 & -8 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.10. \begin{pmatrix} -3 & 1 & -9 & -1 & 12 & 3 \\ -1 & 3 & -11 & 1 & 8 & -7 \\ 0 & -2 & 6 & 0 & -4 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.2. \begin{pmatrix} -5 & -1 & -7 & -3 & 16 & 13 \\ -3 & 3 & -15 & 1 & 14 & -3 \\ -2 & -4 & 8 & -2 & 0 & 16 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.11. \begin{pmatrix} -3 & 1 & -7 & -1 & -8 & 11 \\ -1 & 3 & 3 & 1 & 12 & 9 \\ 0 & -2 & -4 & 0 & -6 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.3. \begin{pmatrix} -5 & -1 & -17 & -3 & -28 & 13 \\ -3 & 3 & -3 & 1 & 8 & 15 \\ -2 & -4 & -14 & -2 & -26 & -2 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.12. \begin{pmatrix} -3 & 1 & -11 & -1 & 8 & 7 \\ -1 & 3 & -9 & 1 & 12 & -3 \\ 0 & -2 & 4 & 0 & -6 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.4. \begin{pmatrix} -5 & -1 & -13 & -3 & 4 & 17 \\ -3 & 3 & -15 & 1 & 16 & 3 \\ -2 & -4 & 2 & -2 & -10 & 14 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.13. \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 0 & -2 & 10 \\ 0 & 3 & 9 & 1 & 11 & 9 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 6 & -5 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.5. \begin{pmatrix} -4 & 0 & -8 & -2 & -22 & 8 \\ -2 & 3 & 5 & 1 & 5 & 13 \\ -1 & -3 & -11 & -1 & -14 & -7 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.14. \begin{pmatrix} -2 & 2 & -10 & 0 & 10 & -2 \\ 0 & 3 & -9 & 1 & 5 & -9 \\ 1 & -1 & 5 & 1 & -6 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.6. \begin{pmatrix} -4 & 0 & -8 & -2 & 14 & 8 \\ -2 & 3 & -13 & 1 & 11 & -5 \\ -1 & -3 & 7 & -1 & -2 & 11 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.15. \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 & 0 & 2 & 10 \\ 0 & 3 & 6 & 1 & 14 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 4 & -5 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.7. \begin{pmatrix} -4 & 0 & -12 & -2 & -18 & 12 \\ -2 & 3 & 0 & 1 & 10 & 12 \\ -1 & -3 & -9 & -1 & -16 & -3 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.16. \begin{pmatrix} -2 & 2 & -10 & 0 & 10 & 2 \\ 0 & 3 & -6 & 1 & 10 & -6 \\ 1 & -1 & 5 & 1 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.8. \begin{pmatrix} -4 & 0 & -12 & -2 & 6 & 12 \\ -2 & 3 & -12 & 1 & 14 & 0 \\ -1 & -3 & 3 & -1 & -8 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.17. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 & 1 & 8 & 11 \\ 1 & 3 & 11 & 1 & 14 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & 16 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.9. \begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 & -1 & -12 & 9 \\ -1 & 3 & 7 & 1 & 8 & 11 \\ 0 & -2 & -6 & 0 & -4 & -6 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.18. \begin{pmatrix} -1 & 3 & -11 & 1 & 8 & -7 \\ 1 & 3 & -7 & 1 & 2 & -11 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & -8 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.19. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & 1 & 12 & 9 \\ 1 & 3 & 9 & 1 & 16 & 3 \\ 2 & 0 & 6 & 2 & 14 & -6 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.23. \begin{pmatrix} 0 & 4 & 8 & 2 & 22 & 8 \\ 2 & 3 & 12 & 1 & 18 & 0 \\ 3 & 1 & 11 & 3 & 24 & -7 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.20. \begin{pmatrix} -1 & 3 & -9 & 1 & 12 & -3 \\ 1 & 3 & -3 & 1 & 8 & -9 \\ 2 & 0 & 6 & 2 & -2 & -6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.24. \begin{pmatrix} 0 & 4 & -8 & 2 & 14 & -8 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 6 & -12 \\ 3 & 1 & 7 & 3 & 0 & -11 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.21. \begin{pmatrix} 0 & 4 & 12 & 2 & 18 & 12 \\ 2 & 3 & 13 & 1 & 17 & 5 \\ 3 & 1 & 9 & 3 & 26 & -3 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.25. \begin{pmatrix} -4 & 0 & -8 & -2 & -22 & 8 \\ -2 & 3 & 5 & 1 & 5 & 13 \\ -1 & -3 & -11 & -1 & -14 & -7 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.22. \begin{pmatrix} 0 & 4 & -12 & 2 & 6 & -12 \\ 2 & 3 & -5 & 1 & -1 & -13 \\ 3 & 1 & 3 & 3 & -10 & -9 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$3.5.26. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 & 1 & 8 & 11 \\ 1 & 3 & 11 & 1 & 14 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & 16 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

**3.6.** Для данной матрицы вычислите обратную методом Гаусса. Проверьте правильность вычисления умножением матриц.

$$3.6.1. \begin{pmatrix} 9 & -18 & -4 \\ 8 & -11 & -4 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.7. \begin{pmatrix} -17 & -9 & -3 \\ -30 & -24 & -5 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.13. \begin{pmatrix} 21 & 28 & -5 \\ 28 & 36 & -7 \\ -4 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.2. \begin{pmatrix} -35 & -36 & -6 \\ 36 & 31 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.8. \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -30 & 21 & -5 \\ 6 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.14. \begin{pmatrix} 36 & 33 & 7 \\ -5 & -4 & -1 \\ 5 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.3. \begin{pmatrix} -13 & 6 & 2 \\ -42 & 19 & 6 \\ -7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.9. \begin{pmatrix} -11 & -6 & -4 \\ -21 & -13 & -7 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.15. \begin{pmatrix} -17 & -24 & 6 \\ 21 & 36 & -7 \\ -3 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.4. \begin{pmatrix} 36 & 19 & 5 \\ 14 & 9 & 2 \\ 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.10. \begin{pmatrix} -9 & -21 & -5 \\ 8 & 21 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.16. \begin{pmatrix} -20 & 11 & -3 \\ -14 & 13 & -2 \\ 7 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.5. \begin{pmatrix} -41 & -35 & -7 \\ 12 & 9 & 2 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.11. \begin{pmatrix} 13 & 3 & -3 \\ 24 & 7 & -6 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.17. \begin{pmatrix} 13 & -4 & -3 \\ 16 & -7 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.6. \begin{pmatrix} -3 & -7 & 1 \\ 20 & 26 & -5 \\ -4 & -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.12. \begin{pmatrix} 13 & 30 & 6 \\ 10 & 31 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3.6.18. \begin{pmatrix} -19 & 10 & 4 \\ 35 & -6 & -7 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3.6.19.  $\begin{pmatrix} -4 & 34 & 5 \\ -4 & 29 & 4 \\ -1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.6.22.  $\begin{pmatrix} 10 & -19 & -3 \\ -6 & 13 & 2 \\ -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.6.25.  $\begin{pmatrix} -34 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -7 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.6.20.  $\begin{pmatrix} -2 & 8 & 3 \\ -6 & 31 & 6 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.6.23.  $\begin{pmatrix} -3 & 6 & -1 \\ 4 & -6 & 1 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.6.26.  $\begin{pmatrix} 29 & 4 & 7 \\ -20 & 1 & -5 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.6.21.  $\begin{pmatrix} -5 & -3 & 1 \\ -30 & -9 & 5 \\ -6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.6.24.  $\begin{pmatrix} 37 & -29 & -6 \\ -18 & 16 & 3 \\ -6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ . С помощью метода Гаусса найдите  $B^{-1}AB$ , не вычисляя отдельно  $B^{-1}$ .
- 3.7.1.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 10 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .      3.7.10.  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -3 \\ -1 & -5 & -3 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 2 & -5 & -4 \\ -3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.2.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .      3.7.11.  $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -5 & 9 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.3.  $\begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -8 & 9 \\ -1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ .      3.7.12.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & -8 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.4.  $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -4 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \\ -2 & 7 & 0 \end{pmatrix}$ .      3.7.13.  $\begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.5.  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ -2 & -2 & -3 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.7.14.  $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & -4 \\ 2 & -6 & 3 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.6.  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.7.15.  $\begin{pmatrix} -6 & 2 & 2 \\ 0 & -4 & 4 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -3 & -8 & 10 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.7.  $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .      3.7.16.  $\begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -1 & -2 & 6 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.8.  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .      3.7.17.  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -3 & 5 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -6 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.9.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 2 & -5 & -5 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ .      3.7.18.  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- 3.7.19.  $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ -5 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 7 & -3 \\ -2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ . 3.7.23.  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.20.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ . 3.7.24.  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.21.  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ -5 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -2 & 7 & -5 \\ -2 & 9 & -10 \end{pmatrix}$ . 3.7.25.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & 2 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 3 & 10 & -8 \\ -3 & -8 & 11 \end{pmatrix}$ .
- 3.7.22.  $\begin{pmatrix} -2 & -5 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \\ -3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ . 3.7.26.  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -4 \\ 4 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$ .

**3.8.** Даны матрицы  $A$  и  $B$ . С помощью метода Гаусса найдите  $BA^{-1}$ , не вычисляя отдельно  $A^{-1}$ .

- 3.8.1.  $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ . 3.8.8.  $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -7 & -3 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.2.  $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 \\ -8 & -3 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ . 3.8.9.  $\begin{pmatrix} -7 & -2 & -2 \\ 7 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.3.  $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 8 & 10 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ . 3.8.10.  $\begin{pmatrix} 13 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.4.  $\begin{pmatrix} -12 & -8 & 3 \\ 8 & 5 & -2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$ . 3.8.11.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & -8 & 3 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.5.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . 3.8.12.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.6.  $\begin{pmatrix} 8 & 3 & -2 \\ -7 & -3 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$ . 3.8.13.  $\begin{pmatrix} 11 & -1 & 2 \\ -4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.7.  $\begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & -5 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ . 3.8.14.  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -3 & -5 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

- 3.8.15.  $\begin{pmatrix} 10 & 3 & 0 \\ -3 & -5 & 3 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \\ -2 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ .    3.8.21.  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -8 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.16.  $\begin{pmatrix} 11 & -8 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ .    3.8.22.  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ -6 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -3 & -3 & -6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.17.  $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .    3.8.23.  $\begin{pmatrix} 8 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 0 & -2 & -2 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.18.  $\begin{pmatrix} 0 & -4 & 1 \\ -3 & -5 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ .    3.8.24.  $\begin{pmatrix} -7 & 8 & -2 \\ -4 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -1 & -3 & -4 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.19.  $\begin{pmatrix} -8 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .    3.8.25.  $\begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ .
- 3.8.20.  $\begin{pmatrix} -9 & -7 & 3 \\ 10 & 7 & -3 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -3 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$ .    3.8.26.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

## 4. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

**4.1.** Запишите неоднородную систему линейных уравнений, зная её расширенную матрицу. Решите систему (а) методом Крамера; (б) методом Гаусса–Жордана.

- 4.1.1. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 4 & -3 & -3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & 5 \\ 5 & 1 & 5 & 9 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.2. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -5 & -20 \\ -5 & 1 & 5 & -2 \\ -2 & 3 & -3 & -16 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.3. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & -5 & -21 \\ 2 & 0 & 1 & 9 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.4. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -12 \\ 3 & -5 & 5 & 52 \\ -5 & -4 & -1 & -8 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.5. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} -3 & 5 & -3 & -11 \\ 1 & 3 & 5 & 3 \\ -4 & 4 & -1 & -9 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.6. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 5 & 26 \\ 2 & -4 & 3 & 18 \\ -3 & 5 & 2 & -12 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.7. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 4 & -3 & -3 & 12 \\ -1 & -5 & -2 & 6 \\ -2 & -4 & 1 & 9 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.8. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & -24 \\ 0 & 4 & -1 & -20 \\ 2 & 4 & 1 & -4 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.9. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 0 & 8 \\ 3 & -5 & 1 & 9 \\ -4 & 1 & 1 & -4 \end{array} \right|$$
.
- 4.1.10. 
$$\left| \begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & 0 & -12 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & -1 & -6 \end{array} \right|$$
.

$$4.1.11. \left( \begin{array}{ccc|c} -3 & 2 & 3 & -6 \\ 0 & -1 & -3 & -6 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \end{array} \right).$$

$$4.1.19. \left( \begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & -4 & -6 \\ -2 & -2 & -4 & -12 \\ 0 & -4 & 4 & 24 \end{array} \right).$$

$$4.1.12. \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -1 & -16 \\ -3 & 4 & 2 & -20 \\ 2 & -1 & 2 & 20 \end{array} \right).$$

$$4.1.20. \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & -5 & 0 \\ -2 & -5 & 1 & 16 \\ 4 & 5 & 0 & -4 \end{array} \right).$$

$$4.1.13. \left( \begin{array}{ccc|c} -3 & 4 & -2 & -9 \\ -3 & 4 & 2 & -5 \\ -2 & 4 & -3 & -9 \end{array} \right).$$

$$4.1.21. \left( \begin{array}{ccc|c} -1 & -4 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & -5 \\ 4 & -1 & -1 & 4 \end{array} \right).$$

$$4.1.14. \left( \begin{array}{ccc|c} -5 & 3 & -5 & -26 \\ 2 & -4 & 0 & 12 \\ 3 & -5 & 4 & 24 \end{array} \right).$$

$$4.1.22. \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 12 \\ 0 & -1 & -5 & -8 \\ -5 & 1 & 2 & -8 \end{array} \right).$$

$$4.1.15. \left( \begin{array}{ccc|c} 5 & -1 & 2 & 24 \\ 2 & -2 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & -12 \end{array} \right).$$

$$4.1.23. \left( \begin{array}{ccc|c} -3 & -5 & 4 & 18 \\ -2 & 5 & -3 & -30 \\ 1 & 0 & 2 & 9 \end{array} \right).$$

$$4.1.16. \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 0 & 12 \\ 5 & -2 & 5 & 48 \\ 2 & 1 & 2 & 12 \end{array} \right).$$

$$4.1.24. \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & -4 & -20 \\ -4 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -4 & -8 \end{array} \right).$$

$$4.1.17. \left( \begin{array}{ccc|c} -4 & 2 & -5 & -11 \\ -1 & 2 & -2 & -5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

$$4.1.25. \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -12 \\ 3 & -5 & 5 & 52 \\ -5 & -4 & -1 & -8 \end{array} \right).$$

$$4.1.18. \left( \begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 8 \\ -4 & 2 & 1 & -10 \\ 2 & 4 & 4 & 4 \end{array} \right).$$

$$4.1.26. \left( \begin{array}{ccc|c} -5 & 3 & -5 & -26 \\ 2 & -4 & 0 & 12 \\ 3 & -5 & 4 & 24 \end{array} \right).$$

**4.2.** Решите неоднородную систему линейных уравнений с комплексными коэффициентами, заданную своей расширенной матрицей.

$$4.2.1. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 2+i & 3+6i \\ 3-2i & 1+3i & 4+8i \end{array} \right)$$

$$4.2.6. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 3+i & 9-i \\ 2-3i & 1+2i & 3-2i \end{array} \right)$$

$$4.2.2. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 2+i & 7 \\ 3-2i & 1+3i & 6 \end{array} \right)$$

$$4.2.7. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 3+i & 3+7i \\ 2-3i & 1+2i & 6-i \end{array} \right)$$

$$4.2.3. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 2+i & 2+6i \\ 3-2i & 1+3i & 6+3i \end{array} \right)$$

$$4.2.8. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 3+i & 7-i \\ 2-3i & 1+2i & 4-7i \end{array} \right)$$

$$4.2.4. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 2+i & 6 \\ 3-2i & 1+3i & 8-5i \end{array} \right)$$

$$4.2.9. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 1+2i & 1+8i \\ 3-i & 1+3i & 3+9i \end{array} \right)$$

$$4.2.5. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 3+i & 5+7i \\ 2-3i & 1+2i & 5+4i \end{array} \right)$$

$$4.2.10. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 1+2i & 7+2i \\ 3-i & 1+3i & 7+i \end{array} \right)$$

$$4.2.11. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 1+2i & 2+7i \\ 3-i & 1+3i & 5+5i \end{array} \right)$$

$$4.2.12. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 1+2i & 8+i \\ 3-i & 1+3i & 9-3i \end{array} \right)$$

$$4.2.13. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 3+2i & 5+10i \\ 1-3i & 1+i & 5+i \end{array} \right)$$

$$4.2.14. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 3+2i & 11 \\ 1-3i & 1+i & 1-3i \end{array} \right)$$

$$4.2.15. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 3+2i & 4+9i \\ 1-3i & 1+i & 5-3i \end{array} \right)$$

$$4.2.16. \left( \begin{array}{cc|c} 2+i & 3+2i & 10-i \\ 1-3i & 1+i & 1-7i \end{array} \right)$$

$$4.2.17. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 1+3i & 1+11i \\ 2-i & 1+2i & 3+6i \end{array} \right)$$

$$4.2.18. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 1+3i & 9+3i \\ 2-i & 1+2i & 5 \end{array} \right)$$

$$4.2.19. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 1+3i & 3+9i \\ 2-i & 1+2i & 4+3i \end{array} \right)$$

$$4.2.20. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 1+3i & 11+i \\ 2-i & 1+2i & 6-3i \end{array} \right)$$

$$4.2.21. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 2+3i & 3+12i \\ 1-2i & 1+i & 4+2i \end{array} \right)$$

$$4.2.22. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 2+3i & 11+2i \\ 1-2i & 1+i & 2-2i \end{array} \right)$$

$$4.2.23. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 2+3i & 4+10i \\ 1-2i & 1+i & 4-i \end{array} \right)$$

$$4.2.24. \left( \begin{array}{cc|c} 3+i & 2+3i & 12 \\ 1-2i & 1+i & 2-5i \end{array} \right)$$

$$4.2.25. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 3+i & 5+7i \\ 2-3i & 1+2i & 5+4i \end{array} \right)$$

$$4.2.26. \left( \begin{array}{cc|c} 1+i & 3+i & 5+7i \\ 2-3i & 1+2i & 5+4i \end{array} \right)$$

**4.3.** Даны столбцы  $A, B, C$ . Установите линейную зависимость столбцов. Запишите соотношение вида  $\alpha A + \beta B + \gamma C = O$ , выражающее факт линейной зависимости (коэффициенты  $\alpha, \beta, \gamma$  должны быть взаимно простыми целыми числами).

$$4.3.1. \left( \begin{array}{c} 16 \\ -8 \\ -16 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 7 \\ -3 \\ -7 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 3 \\ -1 \\ -3 \end{array} \right).$$

$$4.3.6. \left( \begin{array}{c} 9 \\ 13 \\ 11 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 0 \\ 7 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -3 \\ 5 \\ -1 \end{array} \right).$$

$$4.3.2. \left( \begin{array}{c} 31 \\ -29 \\ 25 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -4 \\ 4 \\ -4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -7 \\ 5 \\ -1 \end{array} \right).$$

$$4.3.7. \left( \begin{array}{c} -28 \\ -45 \\ -29 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -5 \\ -6 \\ -4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -1 \\ -5 \\ -3 \end{array} \right).$$

$$4.3.3. \left( \begin{array}{c} -20 \\ -28 \\ -30 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -4 \\ 4 \\ 0 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 6 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right).$$

$$4.3.8. \left( \begin{array}{c} 40 \\ 0 \\ 22 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -6 \\ -2 \\ 1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ -3 \\ 7 \end{array} \right).$$

$$4.3.4. \left( \begin{array}{c} -19 \\ 36 \\ -25 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -2 \\ 6 \\ -4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -7 \\ 0 \\ -1 \end{array} \right).$$

$$4.3.9. \left( \begin{array}{c} 21 \\ -17 \\ -27 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 3 \\ 5 \\ 3 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -4 \\ 2 \\ 4 \end{array} \right).$$

$$4.3.5. \left( \begin{array}{c} 36 \\ 11 \\ 35 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ -3 \\ -7 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 6 \end{array} \right).$$

$$4.3.10. \left( \begin{array}{c} 27 \\ -21 \\ -13 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 5 \\ -7 \\ -7 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -3 \\ 0 \\ -2 \end{array} \right).$$

- |   |   |
|---|---|
| 4.3.11. $\begin{pmatrix} -52 \\ 4 \\ -45 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}.$     | 4.3.19. $\begin{pmatrix} -5 \\ -28 \\ 14 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}.$  |
| 4.3.12. $\begin{pmatrix} -35 \\ -5 \\ 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}.$    | 4.3.20. $\begin{pmatrix} -8 \\ 37 \\ 55 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}.$      |
| 4.3.13. $\begin{pmatrix} 45 \\ 6 \\ -77 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}.$    | 4.3.21. $\begin{pmatrix} -4 \\ 17 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$    |
| 4.3.14. $\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$    | 4.3.22. $\begin{pmatrix} -6 \\ -30 \\ 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$ |
| 4.3.15. $\begin{pmatrix} -12 \\ 11 \\ -12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$    | 4.3.23. $\begin{pmatrix} 22 \\ 22 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}.$      |
| 4.3.16. $\begin{pmatrix} -9 \\ -21 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$ | 4.3.24. $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}.$     |
| 4.3.17. $\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}.$      | 4.3.25. $\begin{pmatrix} -24 \\ 41 \\ 25 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$   |
| 4.3.18. $\begin{pmatrix} -39 \\ -36 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}.$     | 4.3.26. $\begin{pmatrix} -35 \\ -23 \\ 40 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}.$ |

**4.4.** Представьте столбец  $X$  в виде линейной комбинации столбцов  $A, B, C$ .

- |   |  |
|---|--|
| 4.4.1. $X = \begin{pmatrix} 27 \\ 0 \\ -23 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$     | 4.4.2. $X = \begin{pmatrix} -26 \\ -31 \\ 28 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix}.$ |
| 4.4.3. $X = \begin{pmatrix} -24 \\ -42 \\ -17 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$ | 4.4.4. $X = \begin{pmatrix} -14 \\ -1 \\ 41 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}.$    |

$$4.4.5. X = \begin{pmatrix} -18 \\ 41 \\ 19 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.6. X = \begin{pmatrix} 7 \\ -13 \\ 12 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.7. X = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ -4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.8. X = \begin{pmatrix} 2 \\ 20 \\ 5 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.9. X = \begin{pmatrix} -47 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.10. X = \begin{pmatrix} -12 \\ 46 \\ 29 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.11. X = \begin{pmatrix} 19 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \\ -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.12. X = \begin{pmatrix} -11 \\ -12 \\ 33 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.13. X = \begin{pmatrix} -20 \\ -12 \\ -46 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.14. X = \begin{pmatrix} 60 \\ -17 \\ -39 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.15. X = \begin{pmatrix} 3 \\ -56 \\ -6 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.16. X = \begin{pmatrix} -4 \\ 38 \\ 4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.17. X = \begin{pmatrix} -43 \\ -27 \\ 14 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.18. X = \begin{pmatrix} 17 \\ 1 \\ -33 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.19. X = \begin{pmatrix} 12 \\ 25 \\ 39 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.20. X = \begin{pmatrix} 42 \\ 16 \\ 3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.21. X = \begin{pmatrix} -38 \\ 18 \\ -57 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.22. X = \begin{pmatrix} 11 \\ -8 \\ -66 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.23. X = \begin{pmatrix} -21 \\ 46 \\ 21 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.24. X = \begin{pmatrix} -12 \\ -15 \\ -10 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.25. X = \begin{pmatrix} 38 \\ 6 \\ -81 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$4.4.26. X = \begin{pmatrix} 43 \\ 44 \\ -12 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**4.5.** Решите однородную систему линейных уравнений, заданную основной матрицей. В качестве базисных неизвестных выбирайте неизвестные с наименьшими возможными номерами.

$$4.5.1. \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & -1 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}. \quad 4.5.2. \begin{pmatrix} 6 & 11 & 28 & -5 \\ 3 & 7 & 17 & -4 \\ 1 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}. \quad 4.5.3. \begin{pmatrix} 5 & 6 & 17 & 4 \\ 3 & 5 & 13 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

4.5.4. $\begin{pmatrix} 7 & 12 & 19 & 2 \\ 4 & 10 & 14 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ .	4.5.11. $\begin{pmatrix} 6 & 17 & 40 & -5 \\ 2 & 5 & 12 & -1 \\ 1 & 4 & 9 & -2 \end{pmatrix}$ .	4.5.19. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 14 & 3 \\ 2 & 3 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ .
4.5.5. $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 11 & -1 \\ 3 & 5 & 8 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ .	4.5.12. $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 11 & 4 \\ 3 & 5 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .	4.5.20. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
4.5.6. $\begin{pmatrix} 6 & 17 & 40 & -11 \\ 2 & 5 & 12 & -3 \\ 1 & 4 & 9 & -3 \end{pmatrix}$ .	4.5.13. $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 13 & -1 \\ 4 & 7 & 11 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ .	4.5.21. $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 & -5 \\ 2 & 4 & 6 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ .
4.5.7. $\begin{pmatrix} 6 & 11 & 28 & 1 \\ 3 & 7 & 17 & -1 \\ 1 & 3 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ .	4.5.14. $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 17 & -1 \\ 3 & 5 & 13 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ .	4.5.22. $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 20 & -1 \\ 4 & 7 & 18 & -3 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ .
4.5.8. $\begin{pmatrix} 6 & 17 & 23 & -5 \\ 2 & 5 & 7 & -1 \\ 1 & 4 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ .	4.5.15. $\begin{pmatrix} 7 & 12 & 31 & 2 \\ 4 & 10 & 24 & -2 \\ 1 & 3 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ .	4.5.23. $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 25 & 0 \\ 2 & 4 & 10 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ .
4.5.9. $\begin{pmatrix} 7 & 12 & 19 & -5 \\ 4 & 10 & 14 & -6 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ .	4.5.16. $\begin{pmatrix} 6 & 7 & 13 & 5 \\ 4 & 7 & 11 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .	4.5.24. $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ .
4.5.10. $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 25 & -5 \\ 2 & 4 & 10 & -2 \\ 1 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ .	4.5.17. $\begin{pmatrix} 6 & 17 & 23 & -11 \\ 2 & 5 & 7 & -3 \\ 1 & 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ .	4.5.25. $\begin{pmatrix} 6 & 11 & 17 & -5 \\ 3 & 7 & 10 & -4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ .
	4.5.18. $\begin{pmatrix} 7 & 12 & 31 & -5 \\ 4 & 10 & 24 & -6 \\ 1 & 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ .	4.5.26. $\begin{pmatrix} 6 & 17 & 40 & -11 \\ 2 & 5 & 12 & -3 \\ 1 & 4 & 9 & -3 \end{pmatrix}$ .

**4.6.** Даны блочная матрица  $(A|B_1|B_2)$ . Решите две неоднородные системы, заданные расширенными матрицами  $(A|B_1)$  и  $(A|B_2)$ . В качестве базисных неизвестных выбирайте неизвестные с наименьшими возможными номерами.

4.6.1. $\left( \begin{array}{cccc cc} 1 & 2 & -4 & 0 & -3 & 14 & 1 \\ 2 & 5 & -11 & -1 & -10 & 27 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 1 \\ 2 & 5 & -11 & -1 & -10 & 27 & 3 \end{array} \right)$ .	4.6.3. $\left( \begin{array}{cccc cc} 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 3 \end{array} \right)$ .
4.6.2. $\left( \begin{array}{cccc cc} 1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 1 & 16 \\ 2 & 5 & 11 & -1 & 5 & 2 & 33 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 1 & 20 \\ 2 & 5 & 11 & -1 & 5 & 3 & 33 \end{array} \right)$ .	4.6.4. $\left( \begin{array}{cccc cc} 1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 2 & 20 \\ 2 & 5 & 11 & 2 & -1 & 5 & 45 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 3 & 20 \end{array} \right)$ .

$$4.6.5. \left( \begin{array}{cccccc|cc} 1 & 2 & -4 & -1 & -5 & 8 & 0 \\ 2 & 5 & -11 & -4 & -16 & 9 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 3 & 8 & 13 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & -1 & -5 & 8 & 1 \end{array} \right).$$

$$4.6.15. \left( \begin{array}{cccccc|cc} 1 & 2 & -4 & -1 & -5 & 8 & 0 \\ 2 & 5 & -11 & -4 & -16 & 9 & -1 \\ -1 & -4 & 10 & 6 & 19 & 12 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 6 & 7 & 2 \end{array} \right).$$

$$4.6.6. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 & 0 & 12 \\ 2 & 5 & 11 & -4 & 11 & -1 & 21 \\ 0 & -1 & -3 & 3 & -7 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & -1 & 3 & 1 & 12 \end{array} \right).$$

$$4.6.16. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 & 0 & 12 \\ 2 & 5 & 11 & -4 & 11 & -1 & 21 \\ -1 & -4 & -10 & 6 & -15 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & -5 & 2 & 3 \end{array} \right).$$

$$4.6.7. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 0 & -3 & 14 & 1 \\ 2 & 5 & -11 & -1 & -10 & 27 & 2 \\ -1 & -4 & 10 & 3 & 13 & -6 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 & 1 \end{array} \right).$$

$$4.6.17. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 2 & 1 & 26 & 3 \\ 2 & 5 & -11 & 5 & 2 & 63 & 8 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 2 & -5 & -2 \\ 1 & 2 & -4 & 2 & 1 & 26 & 4 \end{array} \right).$$

$$4.6.8. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 1 & 16 \\ 2 & 5 & 11 & -1 & 5 & 2 & 33 \\ -1 & -4 & -10 & 3 & -9 & -1 & -14 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & -3 & 1 & -1 \end{array} \right).$$

$$4.6.18. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 2 & -3 & 3 & 24 \\ 2 & 5 & 11 & 5 & -7 & 8 & 57 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -1 & -2 & -5 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & -3 & 4 & 24 \end{array} \right).$$

$$4.6.9. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 5 \\ 1 & 2 & -4 & 2 & 1 & 26 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 6 \end{array} \right).$$

$$4.6.19. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 0 & -3 & 14 & 1 \\ 2 & 5 & -11 & -1 & -10 & 27 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 0 & -8 & 33 & 2 \\ 3 & 8 & -18 & -2 & -17 & 40 & 4 \end{array} \right).$$

$$4.6.10. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 2 & 20 \\ 2 & 5 & 11 & 2 & -1 & 5 & 45 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & -3 & 2 & 24 \\ 2 & 5 & 11 & 2 & -1 & 6 & 45 \end{array} \right).$$

$$4.6.20. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 1 & 16 \\ 2 & 5 & 11 & -1 & 5 & 2 & 33 \\ 2 & 5 & 11 & 0 & 3 & 2 & 37 \\ 3 & 8 & 18 & -2 & 9 & 4 & 50 \end{array} \right).$$

$$4.6.11. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & -1 & -5 & 8 & 0 \\ 2 & 5 & -11 & -4 & -16 & 9 & -1 \\ 1 & 2 & -4 & 0 & -3 & 14 & 0 \\ 2 & 5 & -11 & -4 & -16 & 9 & 0 \end{array} \right).$$

$$4.6.21. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 2 & 1 & 26 & 3 \\ 2 & 5 & -11 & 5 & 2 & 63 & 8 \\ 1 & 2 & -4 & 3 & 3 & 32 & 3 \\ 2 & 5 & -11 & 5 & 2 & 63 & 9 \end{array} \right).$$

$$4.6.12. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 & 0 & 12 \\ 2 & 5 & 11 & -4 & 11 & -1 & 21 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 & 16 \\ 2 & 5 & 11 & -4 & 11 & 0 & 21 \end{array} \right).$$

$$4.6.22. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 2 & -3 & 3 & 24 \\ 2 & 5 & 11 & 5 & -7 & 8 & 57 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & -5 & 3 & 28 \\ 2 & 5 & 11 & 5 & -7 & 9 & 57 \end{array} \right).$$

$$4.6.13. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 5 \\ -1 & -4 & 10 & 0 & 7 & -24 & -4 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 2 & -5 & 0 \end{array} \right).$$

$$4.6.23. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 5 \\ 2 & 5 & -11 & 3 & -2 & 51 & 5 \\ 3 & 8 & -18 & 3 & -7 & 70 & 9 \end{array} \right).$$

$$4.6.14. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 2 & 20 \\ 2 & 5 & 11 & 2 & -1 & 5 & 45 \\ -1 & -4 & -10 & 0 & -3 & -4 & -26 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -1 & 0 & -5 \end{array} \right).$$

$$4.6.24. \left( \begin{array}{ccccc|cc} 1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 2 & 20 \\ 2 & 5 & 11 & 2 & -1 & 5 & 45 \\ 2 & 5 & 11 & 3 & -3 & 5 & 49 \\ 3 & 8 & 18 & 3 & -1 & 9 & 70 \end{array} \right).$$

$$4.6.25. \left( \begin{array}{ccccc|c|c} 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 3 \end{array} \right).$$

$$4.6.26. \left( \begin{array}{ccccc|c|c} 1 & 2 & -4 & 1 & -1 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 5 \\ 1 & 2 & -4 & 2 & 1 & 26 & 2 \\ 2 & 5 & -11 & 2 & -4 & 45 & 6 \end{array} \right).$$

**4.7.** Составьте однородную систему, содержащую наименьшее возможное количество уравнений, для которой данные столбцы образуют фундаментальное семейство решений. Ответ представьте в таком виде, чтобы каждое уравнение системы содержало базисную неизвестную, номер которой совпадает с номером уравнения. В ответе запишите основную матрицу системы.

$$4.7.1. \left( \begin{array}{c} -5 \\ 13 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -15 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.8. \left( \begin{array}{c} 15 \\ -14 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 11 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right). \quad 4.7.15. \left( \begin{array}{c} 3 \\ 7 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -17 \\ -18 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right).$$

$$4.7.2. \left( \begin{array}{c} 7 \\ -8 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 19 \\ -6 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.9. \left( \begin{array}{c} -19 \\ -14 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -13 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right). \quad 4.7.16. \left( \begin{array}{c} -9 \\ -11 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 16 \\ 29 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right).$$

$$4.7.3. \left( \begin{array}{c} -9 \\ -8 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -23 \\ -6 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.10. \left( \begin{array}{c} 8 \\ 23 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -10 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right). \quad 4.7.17. \left( \begin{array}{c} -8 \\ 11 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 7 \\ -24 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right).$$

$$4.7.4. \left( \begin{array}{c} 6 \\ 13 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -8 \\ 11 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.11. \left( \begin{array}{c} -3 \\ -16 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -19 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right). \quad 4.7.18. \left( \begin{array}{c} -11 \\ -6 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 29 \\ 19 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right).$$

$$4.7.5. \left( \begin{array}{c} 1 \\ -10 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -23 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.12. \left( \begin{array}{c} 23 \\ 17 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right). \quad 4.7.19. \left( \begin{array}{c} -11 \\ 21 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 3 \\ -23 \\ 3 \\ -2 \end{array} \right).$$

$$4.7.6. \left( \begin{array}{c} 13 \\ 9 \\ -1 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 11 \\ 13 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.13. \left( \begin{array}{c} 1 \\ -14 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -9 \\ 31 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.20. \left( \begin{array}{c} 1 \\ -14 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -9 \\ 31 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right).$$

$$4.7.7. \left( \begin{array}{c} -11 \\ 21 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} -9 \\ -7 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right). \quad 4.7.14. \left( \begin{array}{c} -2 \\ 7 \\ 2 \\ -1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 13 \\ -18 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right). \quad 4.7.21. \left( \begin{array}{c} -19 \\ -14 \\ -1 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 7 \\ 12 \\ 3 \\ -2 \end{array} \right).$$

$$\begin{array}{ll}
 4.7.22. \begin{pmatrix} 8 \\ 23 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -14 \\ -19 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}. & 4.7.24. \begin{pmatrix} 23 \\ 17 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -19 \\ -11 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}. & 4.7.26. \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -17 \\ -18 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}. \\
 4.7.23. \begin{pmatrix} -3 \\ -16 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ 18 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}. & 4.7.25. \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.
 \end{array}$$

## 5. АЛГЕБРА ВЕКТОРОВ

**5.1.** Известны разложения векторов  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{f}_1$ ,  $\mathbf{f}_2$  по базису  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ . Найдите разложение вектора  $\mathbf{x}$  по базису  $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ .

$$5.1.1. \mathbf{x} = -5\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = \mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 5\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.2. \mathbf{x} = 5\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 7\mathbf{e}_1 + 7\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 6\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.3. \mathbf{x} = 2\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = \mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -7\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.4. \mathbf{x} = 4\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -2\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -5\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.5. \mathbf{x} = -5\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 3\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -2\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.6. \mathbf{x} = -3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -3\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.7. \mathbf{x} = 2\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -7\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2.$$

$$5.1.8. \mathbf{x} = 6\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -3\mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2.$$

$$5.1.9. \mathbf{x} = 4\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 3\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -2\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.10. \mathbf{x} = -4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -6\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 7\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.11. \mathbf{x} = -2\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 7\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -\mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.12. \mathbf{x} = -2\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -5\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.13. \mathbf{x} = -4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -7\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.14. \mathbf{x} = 5\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = \mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -6\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.15. \mathbf{x} = \mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 5\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 3\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.16. \mathbf{x} = -\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 5\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -3\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.17. \mathbf{x} = 2\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 5\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 3\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.18. \mathbf{x} = -6\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 3\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = \mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.19. \mathbf{x} = 5\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = 6\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = \mathbf{e}_1 + 7\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.20. \mathbf{x} = 4\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = 7\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2.$$

$$5.1.21. \mathbf{x} = \mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_1 = -5\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2 = -2\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2.$$

5.1.22.  $\mathbf{x} = 2\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_1 = -4\mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_2 = -6\mathbf{e}_1 - 7\mathbf{e}_2$ .

5.1.23.  $\mathbf{x} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_1 = 2\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_2 = 5\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2$ .

5.1.24.  $\mathbf{x} = 7\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_1 = 5\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_2 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ .

5.1.25.  $\mathbf{x} = \mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_1 = 2\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_2 = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$ .

5.1.26.  $\mathbf{x} = -4\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_1 = -5\mathbf{e}_1 + 7\mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{f}_2 = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ .

**5.2.** Разложите вектор  $\mathbf{a}$  в линейную комбинацию двух векторов, один из которых коллинеарен, а другой ортогонален вектору  $\mathbf{b}$ :

5.2.1.  $\mathbf{a} = (2, 3, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 2, 1)$ .

5.2.14.  $\mathbf{a} = (2, -2, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -1, 0)$ .

5.2.2.  $\mathbf{a} = (3, -1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, 2, 2)$ .

5.2.15.  $\mathbf{a} = (3, -1, 5)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -2, 2)$ .

5.2.3.  $\mathbf{a} = (2, -3, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1, 3)$ .

5.2.16.  $\mathbf{a} = (2, -1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -1, 5)$ .

5.2.4.  $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 2, 1)$ .

5.2.17.  $\mathbf{a} = (3, 4, 5)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1, 2)$ .

5.2.5.  $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -2, 1)$ .

5.2.18.  $\mathbf{a} = (-1, 0, -2)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 4, 5)$ .

5.2.6.  $\mathbf{a} = (3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -2, 1)$ .

5.2.19.  $\mathbf{a} = (5, -6, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 2, 3)$ .

5.2.7.  $\mathbf{a} = (3, 2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 2, -1)$ .

5.2.20.  $\mathbf{a} = (2, 2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (5, -6, 1)$ .

5.2.8.  $\mathbf{a} = (-1, 0, 4)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 2, 1)$ .

5.2.21.  $\mathbf{a} = (2, -2, 6)$ ,  $\mathbf{b} = (3, 0, 1)$ .

5.2.9.  $\mathbf{a} = (2, 5, -3)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, 0, 4)$ .

5.2.22.  $\mathbf{a} = (3, -4, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -2, 6)$ .

5.2.10.  $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 5, -3)$ .

5.2.23.  $\mathbf{a} = (2, -2, 6)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -4, 1)$ .

5.2.11.  $\mathbf{a} = (2, 3, -4)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 1, 1)$ .

5.2.24.  $\mathbf{a} = (1, 2, -5)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1, 5)$ .

5.2.12.  $\mathbf{a} = (1, 0, -5)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 3, -4)$ .

5.2.25.  $\mathbf{a} = (1, 3, -6)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1, 5)$ .

5.2.13.  $\mathbf{a} = (3, -1, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 0, -5)$ .

5.2.26.  $\mathbf{a} = (2, 3, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 2, -5)$ .

**5.3.** Даны координаты вершин  $A, B, C$  параллелограмма  $ABCD$  в прямоугольной декартовой системе координат. Найдите координаты вершины  $D$ , координаты вектора нормали к плоскости параллелограмма и площадь параллелограмма.

5.3.1.  $(1, 2, 1), (2, 3, -1), (0, 1, 2)$ .

5.3.8.  $(1, 2, -1), (2, 3, 0), (0, 3, 2)$ .

5.3.2.  $(1, 2, -1), (2, 3, 1), (0, 1, -2)$ .

5.3.9.  $(1, 2, -1), (2, 3, -1), (0, 1, 3)$ .

5.3.3.  $(-1, 2, 1), (-2, 3, -1), (0, -1, 2)$ .

5.3.10.  $(1, -2, 1), (2, -3, -1), (2, 1, 2)$ .

5.3.4.  $(2, 2, 1), (2, -3, -1), (0, 1, 2)$ .

5.3.11.  $(1, -3, 1), (1, 3, -1), (2, 1, 2)$ .

5.3.5.  $(2, 2, 1), (-2, 3, -1), (1, 1, 2)$ .

5.3.12.  $(3, 0, 1), (-1, 1, 2), (1, 1, 1)$ .

5.3.6.  $(1, 2, -2), (2, 3, 1), (0, 3, 2)$ .

5.3.13.  $(3, 0, -1), (1, 1, -2), (1, 1, 1)$ .

5.3.7.  $(3, 2, 1), (2, -3, -1), (0, -4, 2)$ .

5.3.14.  $(-3, 0, 1), (1, 1, 2), (-1, 1, 1)$ .

- 5.3.15.  $(1, 3, 5), (2, -1, 0), (3, -2, 1)$ .      5.3.21.  $(2, 2, -2), (1, 1, 0), (5, 3, -3)$ .  
 5.3.16.  $(1, 3, 5), (2, -1, 1), (2, -1, 2)$ .      5.3.22.  $(2, 2, -2), (0, 1, 2), (3, 3, -2)$ .  
 5.3.17.  $(1, 2, 2), (2, 3, 4), (0, -1, 1)$ .      5.3.23.  $(2, 3, -2), (-1, 4, 3), (3, 5, 1)$ .  
 5.3.18.  $(-1, 1, -2), (0, 9, 2), (4, 4, 2)$ .      5.3.24.  $(3, 3, -2), (2, -3, 1), (3, 0, -1)$ .  
 5.3.19.  $(1, -1, 3), (3, 0, -1), (1, 1, 5)$ .      5.3.25.  $(3, 3, -2), (2, -3, -2), (2, 3, -1)$ .  
 5.3.20.  $(-1, 4, -2), (1, 0, -5), (2, -2, 1)$ .      5.3.26.  $(2, -3, -2), (2, 3, -1), (1, 1, 1)$ .

**5.4.** Даны координаты векторов  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  относительно ортонормированного базиса  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ .

- (a) Вычислите смешанное произведение  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ . Сделайте вывод о линейной зависимости или независимости данных векторов. Правую или левую тройку образуют векторы  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ ?
- (b) Вычислите скалярные произведения  $(\mathbf{a}, \mathbf{c}), (\mathbf{a}, \mathbf{b})$ .
- (c) Найдите линейную комбинацию  $\mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ .
- (d) Найдите векторное произведение  $[\mathbf{b}, \mathbf{c}]$ .
- (e) Найдите двойное векторное произведение  $[\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]]$  и сравните результат с тем, который был получен в п. (c).

- |   |   |
|---|---|
| <p>5.4.1. <math>\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.2. <math>\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.3. <math>\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.4. <math>\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.5. <math>\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.6. <math>\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.7. <math>\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}</math>.</p> | <p>5.4.8. <math>\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.9. <math>\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.10. <math>\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.11. <math>\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.12. <math>\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.13. <math>\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>5.4.14. <math>\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}</math>.</p> |
|---|---|

5.4.15.  $\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$

5.4.21.  $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$

5.4.16.  $\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$

5.4.22.  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$

5.4.17.  $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}.$

5.4.23.  $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}.$

5.4.18.  $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

5.4.24.  $\begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$

5.4.19.  $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}.$

5.4.25.  $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}.$

5.4.20.  $\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}.$

5.4.26.  $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}.$

**5.5.** Даны координаты векторов  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{x}$  относительно ортонормированного базиса  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$ .

- (a) Проверьте, что векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  ортогональны.
- (b) Найдите координаты вектора  $\mathbf{c}$ , который вместе с векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  образует правый ортогональный (не нормированный) базис  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ .
- (c) Найдите координаты вектора  $\mathbf{x}$  относительно ортогонального базиса  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ .

5.5.1.  $\begin{pmatrix} -11 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19 \\ 42 \\ -77 \end{pmatrix}.$

5.5.5.  $\begin{pmatrix} -11 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -51 \\ 87 \\ -72 \end{pmatrix}.$

5.5.2.  $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ -9 \end{pmatrix}.$

5.5.6.  $\begin{pmatrix} -11 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -19 \\ 42 \\ -77 \end{pmatrix}.$

5.5.3.  $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}.$

5.5.7.  $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ -2 \\ -9 \end{pmatrix}.$

5.5.4.  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}.$

5.5.8.  $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}.$

- |  |   |
|--|---|
| 5.5.9. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}.$     | 5.5.18. $\begin{pmatrix} -11 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -25 \\ 42 \\ -29 \end{pmatrix}.$     |
| 5.5.10. $\begin{pmatrix} -11 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 51 \\ 87 \\ -72 \end{pmatrix}.$ | 5.5.19. $\begin{pmatrix} -11 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 45 \\ 28 \\ -139 \end{pmatrix}.$ |
| 5.5.11. $\begin{pmatrix} -11 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 34 \\ 83 \end{pmatrix}.$    | 5.5.20. $\begin{pmatrix} -11 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15 \\ 109 \\ -50 \end{pmatrix}.$ |
| 5.5.12. $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$      | 5.5.21. $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ 25 \\ -10 \end{pmatrix}.$      |
| 5.5.13. $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}.$     | 5.5.22. $\begin{pmatrix} -11 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -44 \\ 107 \\ -66 \end{pmatrix}.$    |
| 5.5.14. $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}.$     | 5.5.23. $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -15 \\ 13 \\ -2 \end{pmatrix}.$      |
| 5.5.15. $\begin{pmatrix} -11 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 37 \\ 79 \\ 88 \end{pmatrix}.$    | 5.5.24. $\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -26 \\ 30 \\ -5 \end{pmatrix}.$      |
| 5.5.16. $\begin{pmatrix} -11 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -45 \\ 28 \\ -139 \end{pmatrix}.$   | 5.5.25. $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ 7 \end{pmatrix}.$         |
| 5.5.17. $\begin{pmatrix} -11 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -15 \\ 109 \\ -50 \end{pmatrix}.$   | 5.5.26. $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -25 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix}.$        |

## 6. ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ

Во всех последующих задачах система координат декартова прямоугольная.

**6.1.** Найдите уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.

- |  |  |
|--|--|
| 6.1.1. $(-4, 1, -5), (5, -2, 1), (1, 1, -5).$  | 6.1.6. $(-1, -1, 2), (2, 0, 1), (-3, 4, -4).$  |
| 6.1.2. $(3, 3, 2), (0, -2, -1), (3, -4, -1).$  | 6.1.7. $(-3, -3, 3), (2, -5, 4), (4, -5, -5).$ |
| 6.1.3. $(-4, -4, -4), (2, -4, 1), (0, -1, 4).$ | 6.1.8. $(1, -4, 0), (5, -4, 0), (2, 5, -2).$   |
| 6.1.4. $(-3, -1, 4), (3, 4, 4), (-4, -5, 3).$  | 6.1.9. $(-4, -5, 4), (0, -1, -5), (3, 2, 0).$  |
| 6.1.5. $(-2, 1, -1), (-4, 0, -5), (-3, 4, 3).$ | 6.1.10. $(4, 2, 5), (-4, 2, -4), (-2, 0, -5).$ |

- 6.1.11.  $(-5, -3, 0), (3, 4, 2), (-5, -5, -3)$ . 6.1.19.  $(1, 2, 4), (-1, -5, 4), (-5, -3, -4)$ .  
 6.1.12.  $(4, -3, -2), (-5, 2, -5), (4, 0, 4)$ . 6.1.20.  $(3, 4, -1), (-4, 1, -5), (0, 1, -3)$ .  
 6.1.13.  $(5, -4, 2), (5, 0, -3), (0, -3, 2)$ . 6.1.21.  $(-1, 5, 5), (-3, 1, 5), (-5, 4, -4)$ .  
 6.1.14.  $(-1, -2, 4), (-4, 1, -4), (0, -1, 3)$ . 6.1.22.  $(-1, 5, 5), (-3, 1, 5), (-5, 4, -4)$ .  
 6.1.15.  $(-3, -2, 3), (3, 0, -1), (5, -2, -5)$ . 6.1.23.  $(-4, -5, 4), (0, -1, -5), (3, 2, 0)$ .  
 6.1.16.  $(-5, -1, 0), (5, 1, -5), (4, -2, 1)$ . 6.1.24.  $(4, -3, -2), (-5, 2, -5), (4, 0, 4)$ .  
 6.1.17.  $(3, -1, -2), (5, 4, -4), (2, -5, 1)$ . 6.1.25.  $(-5, -1, 0), (5, 1, -5), (4, -2, 1)$ .  
 6.1.18.  $(0, 1, -4), (-4, 0, 2), (-2, 0, -2)$ . 6.1.26.  $(3, 4, -1), (-4, 1, -5), (0, 1, -3)$ .

**6.2.** Составьте векторное параметрическое уравнение прямой, которая задана как пересечение двух плоскостей. В качестве опорной точки возьмите точку, лежащую в плоскости  $Oxy$ .

- 6.2.1.  $3x + y - z = 7, \quad 2x + y = 5$ .  
 6.2.2.  $3x + y - 3z = 11, \quad 2x + y - z = 8$ .  
 6.2.3.  $2x + y - 2z = 11, \quad x + y + z = 7$ .  
 6.2.4.  $2x + y - 3z = 14, \quad x + y + z = 9$ .  
 6.2.5.  $3x + 2y + z = 8, \quad x + y + z = 3$ .  
 6.2.6.  $3x + 2y = 13, \quad x + y + z = 5$ .  
 6.2.7.  $4x + y - 8z = 19, \quad 3x + y - 5z = 15$ .  
 6.2.8.  $4x + y - 11z = 24, \quad 3x + y - 7z = 19$ .  
 6.2.9.  $4x + 3y + 2z = 11, \quad x + y + z = 3$ .  
 6.2.10.  $4x + 3y + z = 18, \quad x + y + z = 5$ .  
 6.2.11.  $5x + 2y - 7z = 26, \quad 2x + y - 2z = 11$ .  
 6.2.12.  $5x + 2y - 10z = 33, \quad 2x + y - 3z = 14$ .  
 6.2.13.  $y + 2z = 1, \quad x + y + z = 3$ .  
 6.2.14.  $y + 3z = 2, \quad x - y - 5z = 1$ .  
 6.2.15.  $y + 4z = 3, \quad x - y - 7z = 1$ .  
 6.2.16.  $x - y - 9z = 1, \quad 2x - y - 13z = 6$ .  
 6.2.17.  $x - y - 3z = 1, \quad 2x - y - 4z = 3$ .  
 6.2.18.  $x + 2y + 4z = 7, \quad x + y + z = 5$ .  
 6.2.19.  $x + 2y + 5z = 10, \quad x + y + z = 7$ .

$$6.2.20. \quad 2x - y - 13z = 6, \quad 3x - y - 17z = 11.$$

$$6.2.21. \quad 2x - y - 4z = 3, \quad 3x - y - 5z = 5.$$

$$6.2.22. \quad 2x + 3y + 5z = 12, \quad x + y + z = 5.$$

$$6.2.23. \quad 2x + 3y + 6z = 17, \quad x + y + z = 7.$$

$$6.2.24. \quad 5x - 2y - 30z = 17, \quad 2x - y - 13z = 6.$$

$$6.2.25. \quad 5x + 2y - 10z = 33, \quad 2x + y - 3z = 14.$$

$$6.2.26. \quad x - y - 3z = 1, \quad 2x - y - 4z = 3.$$

**6.3.** Составьте уравнение плоскости, проходящей через первую прямую параллельно второй.

$$6.3.1. \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}, \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}.$$

$$6.3.2. \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$6.3.3. \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.3.4. \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{3}.$$

$$6.3.5. \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-3}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.3.6. \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$6.3.7. \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}, \quad \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$6.3.8. \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{2}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{-2}.$$

$$6.3.9. \quad \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}, \quad \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$$

$$6.3.10. \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-3}.$$

$$6.3.11. \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-1}, \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$6.3.12. \quad \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-2}, \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.3.13. \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-3}, \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.3.14. \frac{x-3}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}, \quad \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{-1}.$$

$$6.3.15. \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{3}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.3.16. \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}, \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{0}.$$

$$6.3.17. \frac{x}{3} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+3}{-1}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$6.3.18. \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{3}.$$

$$6.3.19. \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}, \quad \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{1}.$$

$$6.3.20. \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}, \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+2}{2}.$$

$$6.3.21. \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{-1}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{-2}.$$

$$6.3.22. \frac{x+1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

$$6.3.23. \frac{x}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{1}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

$$6.3.24. \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}, \quad \frac{x}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-2}{-1}.$$

$$6.3.25. \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-3}.$$

$$6.3.26. \frac{x}{3} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+3}{-1}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

**6.4.** Даны плоскость  $\pi$  и три прямые  $l_1, l_2, l_3$ . Для каждой из прямых выясните, пересекается ли она с плоскостью, параллельна ей или лежит в плоскости. В случае пересечения найдите координаты общей точки плоскости и прямой.

$$6.4.1. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 17 \\ -9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \\ -17 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.2. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 35 \\ 9 \\ -29 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 43 \\ 21 \\ -19 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 34 \\ 11 \\ -25 \end{pmatrix}.$$

6.4.3.  $\pi$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $l_1$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ ,  
 $l_2$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -9 \\ 18 \\ 18 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -11 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix}$ ,  $l_3$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -11 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

6.4.4.  $\pi$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $l_1$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 38 \\ 16 \\ -16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ -11 \end{pmatrix}$ ,  
 $l_2$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $l_3$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 34 \\ 4 \\ -20 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$ .

6.4.5.  $\pi$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $l_1$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -9 \\ 40 \\ -15 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ ,  
 $l_2$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -7 \\ 46 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -19 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $l_3$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

6.4.6.  $\pi$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $l_1$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  
 $l_2$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -18 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,  $l_3$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -16 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -19 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ .

6.4.7.  $\pi$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $l_1$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 13 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  
 $l_2$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $l_3$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

6.4.8.  $\pi$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $l_1$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  
 $l_2$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $l_3$ :  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{aligned}
6.4.9. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 19 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.10. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 19 \\ 13 \\ 15 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 13 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 13 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.11. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 10 \\ 23 \\ -10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 12 \\ 29 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 25 \\ -9 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.12. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.13. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.14. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -25 \\ 31 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 11 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -23 \\ 31 \\ 22 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 29 \\ -25 \\ -11 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.15. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 33 \\ 35 \\ -20 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 31 \\ 29 \\ -25 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 31 \\ 25 \\ -30 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.16. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ -1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.17. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -11 \\ 6 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.18. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -8 \\ 22 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -8 \\ 24 \\ 6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 12 \\ -19 \\ 3 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.19. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -11 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 14 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6.4.20. \pi: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, & l_1: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -30 \\ 23 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 6 \end{pmatrix}, \\
l_2: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}, & l_3: \mathbf{r} &= \begin{pmatrix} -26 \\ 35 \\ 10 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 14 \\ -12 \\ 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$6.4.21. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 12 \\ -24 \\ 38 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -28 \\ 36 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ -26 \\ 36 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.22. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 34 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 24 \\ -7 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 26 \\ -10 \\ 4 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.23. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 16 \\ 23 \\ -23 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 20 \\ 31 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 18 \\ 26 \\ -19 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.24. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 23 \\ -4 \\ -21 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 25 \\ 6 \\ -21 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 21 \\ 1 \\ -25 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.25. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -11 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 14 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.4.26. \pi: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad l_1: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -9 \\ 40 \\ -15 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix},$$

$$l_2: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -7 \\ 46 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -19 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad l_3: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

**6.5.** Даны прямые  $l_1, l_2, l_3, l_4$ . Для каждой из шести возможных пар прямых выясните, являются ли они скрещивающимися, параллельными, совпадающими или пересекающимися. Для пересекающихся прямых найдите координаты точки пересечения и уравнение плоскости, в которой лежат эти прямые. Для параллельных прямых найдите уравнение плоскости, в которой лежат эти прямые.

$$6.5.1. \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 6 \\ z = -2 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 6 \\ z = -4 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 0 \\ z = -2 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = -3t \\ y = 2t + 2 \\ z = 2 \end{cases}.$$

$$6.5.2. \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 - 2t \\ z = t \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 \\ y = -2t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

$$6.5.3. \begin{cases} x = 8 - 6t \\ y = 8 - 6t \\ z = -6 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + t \\ z = -4 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 10 + 3t \\ z = 4 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 13 + 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}.$$

$$6.5.4. \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = -4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}, \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 2 \\ z = 5 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 2 \\ z = 7 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 \\ z = 5 - 4t \end{cases}.$$

$$6.5.5. \begin{cases} x = -4 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -5 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 2t \\ z = -5 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -7 - t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = -8 - t \end{cases}.$$

$$6.5.6. \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 \\ z = -6 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 \\ z = -4 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -2 \\ z = -3 - t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \\ z = -2t - 2 \end{cases}.$$

$$6.5.7. \begin{cases} x = -12 - 2t \\ y = 10 - 3t \\ z = 8 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -10 - 2t \\ y = 13 - 3t \\ z = 6 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 6 + 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -3 + 6t \\ z = 7 - 4t \end{cases}.$$

$$6.5.8. \begin{cases} x = 10 - 2t \\ y = 10 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -5 - 3t \\ z = 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -6 + 4t \\ y = 2 - 4t \\ z = 1 - 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = 12 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}.$$

$$6.5.9. \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 - t \\ z = -4 - t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - t \\ z = -5 - t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 2t \\ z = -4 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = -5 - 3t \end{cases}.$$

$$6.5.10. \begin{cases} x = -9 - t \\ y = -1 - 3t \\ z = -2 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -7 + 6t \\ z = -4 + 6t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 - t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 \end{cases}, \begin{cases} x = -8 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - 3t \end{cases}.$$

$$6.5.11. \begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -5 - 3t \\ y = -2t \\ z = 3t + 3 \end{cases}, \begin{cases} x = -6 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}, \begin{cases} x = -7 - t \\ y = -2t \\ z = -3 + t \end{cases}.$$

$$6.5.12. \begin{cases} x = -4 - t \\ y = -3 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}, \begin{cases} x = -6 - 2t \\ y = -3t \\ z = -2 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -8 - 2t \\ y = -3t - 3 \\ z = -5 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -7 + 4t \\ y = -7 + 6t \\ z = -9 + 6t \end{cases}.$$

- 6.5.13.  $\begin{cases} x = -3t - 3 \\ y = 0 \\ z = -4 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = -7 + 6t \end{cases}, \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 12 - t \\ z = -4 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 11 - t \\ z = -7 - 3t \end{cases}$
- 6.5.14.  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -7 + 6t \\ z = -3 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = -4 - t \\ y = -3t \\ z = -6 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = -4 - 2t \end{cases}$
- 6.5.15.  $\begin{cases} x = -19 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4 + 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -18 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 + 2t \\ z = -3t \end{cases}, \begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 8 - 6t \\ z = 9 - 6t \end{cases}$
- 6.5.16.  $\begin{cases} x = 3t \\ y = -2 - 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 3t + 3 \\ z = 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 4 - 6t \\ y = -4 + 4t \\ z = -6 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 3t + 3 \\ y = -4 - 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$
- 6.5.17.  $\begin{cases} x = 8 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 9 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 6 - 6t \\ z = -1 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = t + 1 \\ z = 4 + t \end{cases}$
- 6.5.18.  $\begin{cases} x = -5 \\ y = -7 - 3t \\ z = 1 + 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -2 \\ y = -7 + 6t \\ z = 7 - 6t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 - t \\ y = -1 \\ z = 2 + t \end{cases}, \begin{cases} x = -5 \\ y = -4 - 3t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$
- 6.5.19.  $\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = -2t \\ z = 2 - 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 3t \\ y = -5 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}, \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 6 + t \\ z = 2t \end{cases}$
- 6.5.20.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}, \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = -10 + 2t \\ z = -9 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = -8 + 2t \\ z = -12 - 3t \end{cases}, \begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = 1 - 4t \\ z = -5 + 6t \end{cases}$
- 6.5.21.  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -5 - 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = -6 + 4t \\ z = 3 - 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 10 - 2t \\ y = -8 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = -10 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$
- 6.5.22.  $\begin{cases} x = -9 + 6t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + 4t \end{cases}, \begin{cases} x = -10 - 3t \\ y = t \\ z = 5 - 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}, \begin{cases} x = -7 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$
- 6.5.23.  $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 + 3t \\ z = 7 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 + 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -t \\ y = t + 1 \\ z = 1 - t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 - 6t \\ z = 6 - 4t \end{cases}$
- 6.5.24.  $\begin{cases} x = -7 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases}, \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 1 \end{cases}, \begin{cases} x = -6 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$

$$6.5.25. \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 9 - 3t \\ z = -8 \end{cases}, \begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = 6 - 3t \\ z = -8 \end{cases}, \begin{cases} x = 4 - 6t \\ y = -3 + 6t \\ z = -2 \end{cases}, \begin{cases} x = -3 - t \\ y = 2 - t \\ z = -4 - 2t \end{cases}.$$

$$6.5.26. \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 13 + 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}, \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 4t \\ z = 6 - 4t \end{cases}, \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 5 + 3t \end{cases}, \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 11 + 2t \\ z = -4 + 2t \end{cases}.$$

**6.6.** Прямая  $l$  является биссектрисой острого (в вариантах с нечётными номерами) или тупого (в вариантах с чётными номерами) угла, образованного прямыми  $l_1$  и  $l_2$ . Запишите уравнение прямой  $l$  в общем виде. Определите расстояние от начала координат до прямой  $l$ . Вычислите угол между прямой  $l$  и каждой из прямых  $l_1, l_2$ .

$$6.6.1. l_1 : \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{4}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.2. l_1 : \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{4}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.3. l_1 : \frac{x+5}{3} = \frac{y+1}{4}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.4. l_1 : \frac{x+5}{3} = \frac{y+1}{4}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.5. l_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-7}{4}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.6. l_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-7}{4}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.7. l_1 : \frac{x-1}{-5} = \frac{y+4}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.8. l_1 : \frac{x-1}{-5} = \frac{y+4}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.9. l_1 : \frac{x-6}{-5} = \frac{y+16}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.10. l_1 : \frac{x-6}{-5} = \frac{y+16}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.11. l_1 : \frac{x+4}{-5} = \frac{y-8}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.12. l_1 : \frac{x+4}{-5} = \frac{y-8}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.13. \ l_1 : \frac{x+5}{5} = \frac{y-3}{-12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.14. \ l_1 : \frac{x+5}{5} = \frac{y-3}{-12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.15. \ l_1 : \frac{x}{5} = \frac{y+9}{-12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.16. \ l_1 : \frac{x}{5} = \frac{y+9}{-12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.17. \ l_1 : \frac{x-10}{5} = \frac{y-15}{-12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.18. \ l_1 : \frac{x+10}{5} = \frac{y-15}{-12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.19. \ l_1 : \frac{x+4}{12} = \frac{y-1}{5}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.20. \ l_1 : \frac{x+4}{12} = \frac{y-1}{5}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.21. \ l_1 : \frac{x+16}{12} = \frac{y+4}{5}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.22. \ l_1 : \frac{x+16}{12} = \frac{y+4}{5}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.23. \ l_1 : \frac{x-8}{12} = \frac{y-6}{5}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.24. \ l_1 : \frac{x-8}{12} = \frac{y-6}{5}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.25. \ l_1 : \frac{x-1}{-5} = \frac{y+4}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$6.6.26. \ l_1 : \frac{x-1}{-5} = \frac{y+4}{12}, \quad l_2 : \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

**6.7.** Даны точка  $A$  и плоскость  $\pi$ . Найдите:

- (а) проекцию  $P$  точки  $A$  на плоскость  $\pi$ ;
- (б) точку  $S$ , симметричную точке  $A$  относительно плоскости  $\pi$ ;
- (в) расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\pi$ .

При решении задачи не используйте готовые формулы, выведенные в учебнике.

$$6.7.1. \ A(-2, 3, 4), \quad \pi : 12x - 12y - 14z - 5 = 0.$$

$$6.7.2. \ A(4, -1, 0), \quad \pi : x + 2y + 5z - 17 = 0.$$

6.7.3.  $(-2, 3, -5)$ ,  $\pi : 6x + 4y - 20z + 13 = 0$ .

6.7.4.  $A(-2, 3, -3)$ ,  $\pi : 10x + 4y + 12z - 21 = 0$ .

6.7.5.  $A(3, 5, -5)$ ,  $\pi : x + 5y - 6z - 27 = 0$ .

6.7.6.  $A(1, 1, -3)$ ,  $\pi : x - 3y + 4z - 12 = 0$ .

6.7.7.  $A(-5, -4, -1)$ ,  $\pi : 4x + 18y - 4z - 1 = 0$ .

6.7.8.  $A(1, 3, 5)$ ,  $\pi : 5x - y + 6z - 1 = 0$ .

6.7.9.  $A(3, -5, 5)$ ,  $\pi : x - y + 2z - 15 = 0$ .

6.7.10.  $A(-3, 5, 2)$ ,  $\pi : 7x - 8y - 5z + 2 = 0$ .

6.7.11.  $A(-1, -5, -2)$ ,  $\pi : 2x - 2y - 6z - 9 = 0$ .

6.7.12.  $A(1, 3, -4)$ ,  $\pi : 2x - 2y - 6z - 9 = 0$ .

6.7.13.  $A(2, 4, 1)$ ,  $\pi : 2x - 18y - 2z - 13 = 0$ .

6.7.14.  $A(3, -5, 1)$ ,  $\pi : 14x - 12y - 17 = 0$ .

6.7.15.  $A(-2, 4, 0)$ ,  $\pi : 4x - y + z + 3 = 0$ .

6.7.16.  $A(3, 5, -1)$ ,  $\pi : 12x + 6y - 8z - 13 = 0$ .

6.7.17.  $A(0, -1, -3)$ ,  $\pi : 2x + 3y + 2z - 8 = 0$ .

6.7.18.  $A(1, 4, -1)$ ,  $\pi : 8x - 6z + 11 = 0$ .

6.7.19.  $A(2, -1, 2)$ ,  $\pi : 5x - 5y + 4z + 10 = 0$ .

6.7.20.  $A(-3, 4, 2)$ ,  $\pi : x - 5z = 0$ .

6.7.21.  $A(-5, 3, -5)$ ,  $\pi : 14x - 14y + 10z + 39 = 0$ .

6.7.22.  $A(3, -5, 4)$ ,  $\pi : x + 2y - z + 5 = 0$ .

6.7.23.  $A(2, -2, -4)$ ,  $\pi : x - 5y - 2z - 5 = 0$ .

6.7.24.  $A(2, -1, 0)$ ,  $\pi : 6x - 2y + 10z - 49 = 0$ .

6.7.25.  $A(3, 5, -1)$ ,  $\pi : 12x + 6y - 8z - 13 = 0$ .

6.7.26.  $A(3, -5, 5)$ ,  $\pi : x - y + 2z - 15 = 0$ .

**6.8.** Даны точка  $A$  и прямая  $l$ . Найти:

- (а) проекцию  $P$  точки  $A$  на прямую  $l$ ;
- (б) точку  $S$ , симметричную точке  $A$  относительно прямой  $l$ ;
- (в) расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$ .

При решении задачи не используйте готовые формулы, выведенные в учебнике.

6.8.1.  $A(5, 4, 3)$ ,  $\mathbf{r} = (-6, 11, 1) + t(2, -9, 0)$ .

6.8.2.  $A(0, -4, 4)$ ,  $\mathbf{r} = (-5, -1, -9) + t(9, 0, 4)$ .

- 6.8.3.  $A(-2, -5, 1)$ ,  $\mathbf{r} = (4, 4, -10) + t(0, 1, 10)$ .
- 6.8.4.  $A(-1, -4, 0)$ ,  $\mathbf{r} = (8, 1, -3) + t(7, -2, 0)$ .
- 6.8.5.  $A(4, -1, -1)$ ,  $\mathbf{r} = (5, -2, 6) + t(4, 0, 3)$ .
- 6.8.6.  $A(0, -1, -5)$ ,  $\mathbf{r} = (-5, 8, 0) + t(0, 7, -2)$ .
- 6.8.7.  $A(-3, -5, 4)$ ,  $\mathbf{r} = (8, 4, -3) + t(10, -1, 0)$ .
- 6.8.8.  $A(1, 0, 2)$ ,  $\mathbf{r} = (-3, 4, -6) + t(3, 0, 1)$ .
- 6.8.9.  $A(-4, -2, 2)$ ,  $\mathbf{r} = (1, -7, -5) + t(0, 6, 1)$ .
- 6.8.10.  $A(3, -4, -2)$ ,  $\mathbf{r} = (-2, 5, -5) + t(2, 7, 0)$ .
- 6.8.11.  $A(-2, 5, -5)$ ,  $\mathbf{r} = (11, -3, -2) + t(8, 0, -5)$ .
- 6.8.12.  $A(-1, -3, -2)$ ,  $\mathbf{r} = (4, -6, -1) + t(0, -1, 2)$ .
- 6.8.13.  $A(5, 5, 3)$ ,  $\mathbf{r} = (-8, 0, -4) + t(9, -4, 0)$ .
- 6.8.14.  $A(-3, 3, 0)$ ,  $\mathbf{r} = (-4, 4, -3) + t(2, 0, 1)$ .
- 6.8.15.  $A(4, -5, -4)$ ,  $\mathbf{r} = (-5, 0, -5) + t(0, 2, -3)$ .
- 6.8.16.  $A(5, -1, -1)$ ,  $\mathbf{r} = (-4, 4, 3) + t(2, -7, 0)$ .
- 6.8.17.  $A(-5, 3, 1)$ ,  $\mathbf{r} = (-2, 5, 2) + t(2, 0, -1)$ .
- 6.8.18.  $A(5, 1, -2)$ ,  $\mathbf{r} = (1, -2, 5) + t(0, 2, 5)$ .
- 6.8.19.  $A(-5, -2, 2)$ ,  $\mathbf{r} = (9, -8, -4) + t(2, -5, 0)$ .
- 6.8.20.  $A(5, -2, 1)$ ,  $\mathbf{r} = (-5, 1, -1) + t(3, 0, -2)$ .
- 6.8.21.  $A(3, 3, 2)$ ,  $\mathbf{r} = (0, -5, 4) + t(0, -3, 5)$ .
- 6.8.22.  $A(2, -4, 1)$ ,  $\mathbf{r} = (3, 1, 4) + t(3, 2, 0)$ .
- 6.8.23.  $A(-4, -5, 3)$ ,  $\mathbf{r} = (3, -2, 0) + t(2, 0, -5)$ .
- 6.8.24.  $A(-4, -3, -1)$ ,  $\mathbf{r} = (-2, -3, -3) + t(0, 1, 1)$ .
- 6.8.25.  $A(-2, -5, 1)$ ,  $\mathbf{r} = (4, 4, -10) + t(0, 1, 10)$ .
- 6.8.26.  $A(5, -1, -1)$ ,  $\mathbf{r} = (-4, 4, 3) + t(2, -7, 0)$ .

**6.9.** Даны плоскость  $\pi$  и прямая  $l$ . Найдите точку их пересечения. Составьте векторное параметрическое уравнение ортогональной проекции  $m$  прямой  $l$  на плоскость  $\pi$ , взяв в качестве опорной точки точку пересечения.

- 6.9.1.  $\pi: 9x + 348y - 253z + 2422 = 0$ ;  $l: x = 7 + 2t, y = -7 - 5t, z = 12 + 5t$ .
- 6.9.2.  $\pi: 16x - 37y + 5z - 181 = 0$ ;  $l: x = 6 + 3t, y = -10 - 6t, z = -2 + t$ .
- 6.9.3.  $\pi: 73x - 53y + 352z - 2345 = 0$ ;  $l: x = 1 - t, y = 6 + t, z = 1 - 6t$ .

- 6.9.4.  $\pi: 20x - 2y + 31z - 140 = 0; l: x = -4 - t, y = -6 + t, z = 13 + 7t.$
- 6.9.5.  $\pi: 13x + 234y - 195z + 1404 = 0; l: x = 2 - t, y = -4 + 3t, z = -7 - 6t.$
- 6.9.6.  $\pi: 41x - 54y + 131z - 296 = 0; l: x = -3 + 2t, y = -5 - 3t, z = 5 + 2t.$
- 6.9.7.  $\pi: 21x - 59y - 4z + 254 = 0; l: x = -2 + 3t, y = 10 + 7t, z = -5 + 2t.$
- 6.9.8.  $\pi: 2x - 3y - z + 2 = 0; l: x = 9 + 5t, y = 9 + 6t, z = -t.$
- 6.9.9.  $\pi: 215x - 214y + 337z + 554 = 0; l: x = -1 + 2t, y = -4 - 2t, z = 2 + 3t.$
- 6.9.10.  $\pi: 15x - 78y - 79z - 945 = 0; l: x = -6 - t, y = -6 + t, z = -4 + 2t.$
- 6.9.11.  $\pi: 10x - 16y + 17z - 111 = 0; l: x = 1 - 2t, y = -2 + 2t, z = -1 - 2t.$
- 6.9.12.  $\pi: 19x - y + 2z - 73 = 0; l: x = 11 + 7t, y = 3t, z = -7 - 4t.$
- 6.9.13.  $\pi: 69x - 27y + 76z + 172 = 0; l: x = 11 + 5t, y = 1 - t, z = -5 + 2t.$
- 6.9.14.  $\pi: 251x - 211y + 79z + 437 = 0; l: x = -12 - 7t, y = -1 + 4t, z = -7 - 4t.$
- 6.9.15.  $\pi: 8x - 5y - 31z - 81 = 0; l: x = 8 + 7t, y = 10 + 6t, z = 1 + 4t.$
- 6.9.16.  $\pi: 171x - 35y - 434z - 741 = 0; l: x = -4 - 6t, y = 3 + 2t, z = 4 + 5t.$
- 6.9.17.  $\pi: 73x + 166y - 88z - 1112 = 0; l: x = 3 - 3t, y = -2 - 5t, z = 2 + 4t.$
- 6.9.18.  $\pi: 117x + 12y + 125z + 528 = 0; l: x = -1 + 6t, y = -6 + t, z = 8 + 5t.$
- 6.9.19.  $\pi: 37x - 35y + 16z - 370 = 0; l: x = 3 - 4t, y = -2 + 3t, z = -6 - 2t.$
- 6.9.20.  $\pi: 57x + 45y + 41z + 94 = 0; l: x = 2 + 4t, y = 10 + 5t, z = -3 + 2t.$
- 6.9.21.  $\pi: 10x - 32y + 23z + 304 = 0; l: x = 3 + 5t, y = 11 + 5t, z = -3 + t.$
- 6.9.22.  $\pi: 164x + 101y - 379z + 1251 = 0; l: x = 6 + 3t, y = -4 + 2t, z = -4 - 7t.$
- 6.9.23.  $\pi: 19x + 11y - 21z + 211 = 0; l: x = -3 + 3t, y = -3 + 2t, z = -1 - 3t.$
- 6.9.24.  $\pi: 13x + 46y + 55z + 337 = 0; l: x = -2 - 5t, y = -3 - 2t, z = -1 + 5t.$
- 6.9.25.  $\pi: 281x - 182y - 229z + 469 = 0; l: x = -3 - 2t, y = -2 + 2t, z = 7 + 3t.$
- 6.9.26.  $\pi: 28x - 49y - 7z - 224 = 0; l: x = -1 - 4t, y = 1 + 3t, z = -1 + 5t.$

**6.10.** Составьте каноническое уравнение общего перпендикуляра к двум данным скрещивающимся прямым, взяв в качестве опорной точку пересечения этого перпендикуляра с одной из данных прямых. Определить координаты обеих точек пересечения.

6.10.1.  $\frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-14}{1}; \quad \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}.$

6.10.2.  $\frac{x-7}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-11}{1}; \quad \frac{x-6}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-12}{-1}.$

$$6.10.3. \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{0}.$$

$$6.10.4. \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$6.10.5. \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}; \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$6.10.6. \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$6.10.7. \frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}; \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$6.10.8. \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}; \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$6.10.9. \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}; \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$6.10.10. \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}; \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$6.10.11. \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+3}{1}; \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

$$6.10.12. \frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+6}{1}; \quad \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.10.13. \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.10.14. \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.10.15. \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x+4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.10.16. \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x+4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.10.17. \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}.$$

$$6.10.18. \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.10.19. \frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$6.10.20. \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-6}{1}.$$

$$6.10.21. \frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-6}{1}.$$

$$6.10.22. \frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-6}{1}.$$

$$6.10.23. \frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{1}; \quad \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-6}{1}.$$

$$6.10.24. \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-6}{1}.$$

$$6.10.25. \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}; \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$6.10.26. \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}; \quad \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

## 7. Линии второго порядка

**7.1.** С эллипсом, заданным каноническим уравнением  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , где  $a > b$ , связаны следующие его характеристики: большая полуось  $a$ , малая полуось  $b$ , линейный эксцентриситет  $c$ , числовой эксцентриситет  $\varepsilon$ , фокальный параметр  $p$ . Выразите каждую из этих величин через эксцентриситет  $\varepsilon$  и любую другую из указанных величин. Ответ представьте в виде таблицы:

	$a$	$b$	$c$	$p$
$a =$	$a$			
$b =$		$b$		
$c =$			$c$	
$p =$				$p$

**7.2.** Решите задачу, аналогичную предыдущей, для гиперболы.

**7.3.** Составьте каноническое уравнение эллипса по известным данным. Обозначения:  $C$  — расстояние между фокусами,  $D$  — расстояние между директрисами,  $K$  — расстояние между фокусом и соответствующей ему директрисой,  $\varepsilon$  — эксцентриситет.

$$7.3.1. C = 4, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.10. C = 4, D = 10.$$

$$7.3.19. D = 28, \varepsilon = 1/\sqrt{2}.$$

$$7.3.2. C = 4, D = 6.$$

$$7.3.11. D = 32, \varepsilon = 1/4.$$

$$7.3.20. K = 5, \varepsilon = 1/\sqrt{2}.$$

$$7.3.3. D = 16, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.12. K = 4, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.21. C = 6, \varepsilon = 1/3.$$

$$7.3.4. K = 3, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.13. C = 8, \varepsilon = 2/3.$$

$$7.3.22. C = 2, D = 6.$$

$$7.3.5. C = 4, \varepsilon = 1/3.$$

$$7.3.14. C = 6, D = 8.$$

$$7.3.23. D = 18, \varepsilon = 1/\sqrt{3}.$$

$$7.3.6. C = 4, D = 8.$$

$$7.3.15. D = 30, \varepsilon = 1/\sqrt{2}.$$

$$7.3.24. K = 5, \varepsilon = 1/\sqrt{3}.$$

$$7.3.7. D = 27, \varepsilon = 1/3.$$

$$7.3.16. K = 8, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.25. C = 4, D = 8.$$

$$7.3.8. K = 4, \varepsilon = 1/3.$$

$$7.3.17. C = 4, \varepsilon = 3/5.$$

$$7.3.26. K = 8, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.9. C = 6, \varepsilon = 1/2.$$

$$7.3.18. C = 2, D = 4.$$

$$7.3.27. D = 12, \varepsilon = 1/2.$$

**7.4.** Прямая  $l$  касается эллипса, фокусы которого расположены в точках  $F_1, F_2$ . Составьте каноническое уравнение этого эллипса и найти его эксцентриситет.

7.4.1.  $l : x + 2y + 4 = 0, F_1 = (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.2.  $l : x - 2y - 6 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.3.  $l : x - 2y - 9 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.4.  $l : x + 2y - 11 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.5.  $l : x - 2y + 14 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.6.  $l : x - 2y - 3 = 0, F_1 (-2, 0), F_2 (2, 0)$ .

7.4.7.  $l : x + 2y - 7 = 0, F_1 (-2, 0), F_2 (2, 0)$ .

7.4.8.  $l : x - 2y - 8 = 0, F_1 (-2, 0), F_2 (2, 0)$ .

7.4.9.  $l : x - 2y - 12 = 0, F_1 (-2, 0), F_2 (2, 0)$ .

7.4.10.  $l : x + 2y + 13 = 0, F_1 (-2, 0), F_2 (2, 0)$ .

7.4.11.  $l : x - 2y + 7 = 0, F_1 (-3, 0), F_2 (3, 0)$ .

7.4.12.  $l : x - 2y + 8 = 0, F_1 (-3, 0), F_2 (3, 0)$ .

7.4.13.  $l : x + 2y - 12 = 0, F_1 (-3, 0), F_2 (3, 0)$ .

7.4.14.  $l : x - 2y + 13 = 0, F_1 (-3, 0), F_2 (3, 0)$ .

7.4.15.  $l : x - 2y + 6 = 0, F_1 (-4, 0), F_2 (4, 0)$ .

7.4.16.  $l : x - 2y + 14 = 0, F_1 (-4, 0), F_2 (4, 0)$ .

7.4.17.  $l : x + 2y + 10 = 0, F_1 (-5, 0), F_2 (5, 0)$ .

7.4.18.  $l : x - 2y + 15 = 0, F_1 (-5, 0), F_2 (5, 0)$ .

7.4.19.  $l : x + 2y + 9 = 0, F_1 (-6, 0), F_2 (6, 0)$ .

7.4.20.  $l : x + 2y - 11 = 0, F_1 (-6, 0), F_2 (6, 0)$ .

7.4.21.  $l : x - 2y + 14 = 0, F_1 (-6, 0), F_2 (6, 0)$ .

7.4.22.  $l : 2x + y + 3 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.23.  $l : 2x - y + 7 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.24.  $l : 2x - y + 8 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.25.  $l : 2x + y - 12 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

7.4.26.  $l : 2x - y + 13 = 0, F_1 (-1, 0), F_2 (1, 0)$ .

**7.5.** Составьте каноническое уравнение гиперболы, имеющей общие фокальные хорды с данным эллипсом.

7.5.1. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1.$	7.5.10. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$	7.5.19. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{6} = 1.$
7.5.2. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1.$	7.5.11. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1.$	7.5.20. $\frac{x^2}{8} + y^2 = 1.$
7.5.3. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1.$	7.5.12. $\frac{x^2}{6} + y^2 = 1.$	7.5.21. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1.$
7.5.4. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1.$	7.5.13. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1.$	7.5.22. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{3} = 1.$
7.5.5. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1.$	7.5.14. $\frac{x^2}{7} + y^2 = 1.$	7.5.23. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$
7.5.6. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1.$	7.5.15. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{2} = 1.$	7.5.24. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1.$
7.5.7. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1.$	7.5.16. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1.$	7.5.25. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1.$
7.5.8. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$	7.5.17. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{4} = 1.$	7.5.26. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{7} = 1.$
7.5.9. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1.$	7.5.18. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{5} = 1.$	

**7.6.** Из правого фокуса гиперболы под углом  $\alpha$  к оси  $Ox$  направлен луч света. Известен  $\operatorname{tg} \alpha$ . Дойдя до гиперболы, луч от неё отразился. Составьте уравнения прямых, на которых лежат отраженные лучи.

7.6.1. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 2.$	7.6.9. $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -3.$
7.6.2. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -2.$	7.6.10. $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{24} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 3.$
7.6.3. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 2.$	7.6.11. $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{24} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -3.$
7.6.4. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -2.$	7.6.12. $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{54} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 3.$
7.6.5. $\frac{x^2}{45} - \frac{y^2}{4} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -2.$	7.6.13. $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{54} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -3.$
7.6.6. $\frac{x^2}{45} - \frac{y^2}{36} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 2.$	7.6.14. $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{135} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 3.$
7.6.7. $\frac{x^2}{45} - \frac{y^2}{36} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -2.$	7.6.15. $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{135} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -3.$
7.6.8. $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 3.$	7.6.16. $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{8} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 4.$

7.6.17.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{8} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -4.$

7.6.22.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{208} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 4.$

7.6.18.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{32} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 4.$

7.6.23.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{208} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -4.$

7.6.19.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{32} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -4.$

7.6.24.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 1.$

7.6.20.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{32} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 4.$

7.6.25.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -1.$

7.6.21.  $\frac{x^2}{17} - \frac{y^2}{32} = 1, \operatorname{tg} \alpha = -4.$

7.6.26.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{14} = 1, \operatorname{tg} \alpha = 1.$

**7.7.** Составьте уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет, фокус и уравнение соответствующей директрисы. Представьте уравнение в виде  $F(x, y) = 0$ , где  $F(x, y)$  — многочлен второй степени от  $x, y$ .

7.7.1.  $1/2, (-4, 1), x + y + 1 = 0$

7.7.14.  $3/4, (3, -2), x - y + 2 = 0$

7.7.2.  $1/2, (-3, 1), -x + y + 1 = 0$

7.7.15.  $3/4, (1, -2), x - y + 3 = 0$

7.7.3.  $1/2, (-3, 1), -x + y - 3 = 0$

7.7.16.  $1/\sqrt{2}, (1, -2), x - y + 3 = 0$

7.7.4.  $1/3, (-3, 2), -x + y - 3 = 0$

7.7.17.  $1/\sqrt{2}, (1, -2), x + y - 3 = 0$

7.7.5.  $1/3, (-1, 2), x + y + 3 = 0$

7.7.18.  $1/\sqrt{2}, (3, -1), x - y + 5 = 0$

7.7.6.  $1/3, (-1, 1), x + y + 3 = 0$

7.7.19.  $1/\sqrt{3}, (3, -2), x - y + 3 = 0$

7.7.7.  $1/3, (-2, 1), x - y + 2 = 0$

7.7.20.  $1/\sqrt{3}, (3, -4), x - y - 2 = 0$

7.7.8.  $1/5, (-2, 1), x - y + 2 = 0$

7.7.21.  $1/\sqrt{3}, (3, -1), 3x + 4y + 1 = 0$

7.7.9.  $1/5, (-2, 3), x + y + 3 = 0$

7.7.22.  $1/\sqrt{3}, (1, -1), 3x + 4y + 2 = 0$

7.7.10.  $1/5, (-2, 3), -x + y + 4 = 0$

7.7.23.  $1/\sqrt{5}, (1, -1), x + y + 2 = 0$

7.7.11.  $2/3, (-3, 1), x + y + 1 = 0$

7.7.24.  $1/\sqrt{5}, (1, -1), x - y + 2 = 0$

7.7.12.  $2/3, (3, -1), x + y - 1 = 0$

7.7.25.  $1/\sqrt{5}, (2, -1), x - y + 2 = 0$

7.7.13.  $2/3, (3, -3), x - y - 1 = 0$

7.7.26.  $1/3, (-1, 1), x + y + 3 = 0$

**7.8.** Составьте уравнение параболы, если известны уравнение её директрисы и фокус. Представьте уравнение в виде  $F(x, y) = 0$ , где  $F(x, y)$  — многочлен второй степени от  $x, y$ .

7.8.1.  $2x + 3y + 1 = 0, F(-2, 3).$

7.8.4.  $2x - 3y + 3 = 0, F(1, 2).$

7.8.2.  $2x + 3y - 1 = 0, F(-3, 1).$

7.8.5.  $2x - 3y + 4 = 0, F(-2, 1).$

7.8.3.  $2x - 3y + 1 = 0, F(1, -2).$

7.8.6.  $3x + 2y + 2 = 0, F(-1, 2).$

- 7.8.7.  $3x + 2y - 1 = 0$ ,  $F(2, -1)$ .      7.8.17.  $x + 2y + 1 = 0$ ,  $F(-2, 1)$ .  
 7.8.8.  $3x + 2y - 2 = 0$ ,  $F(1, -2)$ .      7.8.18.  $x + 2y + 2 = 0$ ,  $F(1, -2)$ .  
 7.8.9.  $3x + 2y - 2 = 0$ ,  $F(-2, 1)$ .      7.8.19.  $x + 2y - 1 = 0$ ,  $F(1, -2)$ .  
 7.8.10.  $3x + 2y - 1 = 0$ ,  $F(1, 1)$ .      7.8.20.  $x + 2y - 3 = 0$ ,  $F(2, -1)$ .  
 7.8.11.  $3x + 2y - 2 = 0$ ,  $F(1, -1)$ .      7.8.21.  $x - 2y + 2 = 0$ ,  $F(2, 1)$ .  
 7.8.12.  $3x - 2y + 1 = 0$ ,  $F(1, 1)$ .      7.8.22.  $x - 2y + 1 = 0$ ,  $F(2, 1)$ .  
 7.8.13.  $3x - 2y - 1 = 0$ ,  $F(-1, 1)$ .      7.8.23.  $2x - y + 2 = 0$ ,  $F(1, 1)$ .  
 7.8.14.  $3x - 2y + 2 = 0$ ,  $F(1, -1)$ .      7.8.24.  $2x - y + 1 = 0$ ,  $F(2, 1)$ .  
 7.8.15.  $3x - 2y - 2 = 0$ ,  $F(-2, 1)$ .      7.8.25.  $2x + y - 1 = 0$ ,  $F(2, 1)$ .  
 7.8.16.  $3x - 2y + 2 = 0$ ,  $F(2, 1)$ .      7.8.26.  $2x + y + 2 = 0$ ,  $F(1, 2)$ .

**7.9.** Составьте каноническое уравнение линии, если известно её полярное уравнение.

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 7.9.1. $r = \frac{3}{1 - 2 \cos \varphi}$ .  | 7.9.10. $r = \frac{16}{1 - 3 \cos \varphi}$ . | 7.9.19. $r = \frac{9}{4 - 5 \cos \varphi}$ .  |
| 7.9.2. $r = \frac{8}{1 - 3 \cos \varphi}$ .  | 7.9.11. $r = \frac{8}{3 - \cos \varphi}$ .    | 7.9.20. $r = \frac{10}{2 - 3 \cos \varphi}$ . |
| 7.9.3. $r = \frac{15}{1 - 4 \cos \varphi}$ . | 7.9.12. $r = \frac{5}{3 - 2 \cos \varphi}$ .  | 7.9.21. $r = \frac{24}{5 - \cos \varphi}$ .   |
| 7.9.4. $r = \frac{24}{1 - 5 \cos \varphi}$ . | 7.9.13. $r = \frac{7}{3 - 4 \cos \varphi}$ .  | 7.9.22. $r = \frac{21}{5 - 2 \cos \varphi}$ . |
| 7.9.5. $r = \frac{35}{1 - 6 \cos \varphi}$ . | 7.9.14. $r = \frac{16}{3 - 5 \cos \varphi}$ . | 7.9.23. $r = \frac{16}{5 - 3 \cos \varphi}$ . |
| 7.9.6. $r = \frac{3}{2 - \cos \varphi}$ .    | 7.9.15. $r = \frac{9}{1 - 2 \cos \varphi}$ .  | 7.9.24. $r = \frac{9}{5 - 4 \cos \varphi}$ .  |
| 7.9.7. $r = \frac{5}{2 - 3 \cos \varphi}$ .  | 7.9.16. $r = \frac{15}{4 - \cos \varphi}$ .   | 7.9.25. $r = \frac{11}{5 - 6 \cos \varphi}$ . |
| 7.9.8. $r = \frac{6}{1 - 2 \cos \varphi}$ .  | 7.9.17. $r = \frac{6}{2 - \cos \varphi}$ .    | 7.9.26. $r = \frac{35}{6 - \cos \varphi}$ .   |
| 7.9.9. $r = \frac{21}{2 - 5 \cos \varphi}$ . | 7.9.18. $r = \frac{7}{4 - 3 \cos \varphi}$ .  |   |