

Вопросы по курсу «Тензорный анализ. Часть 2»

1. Аффинная связность в точке на C^2 -гладком квазимногообразии (определение, построение); аффинная связность на C^2 -гладком квазимногообразии (определение, построение); C^r -гладкая аффинная связность на C^{r+2} -гладком квазимногообразии (построение на элементарном квазимногообразии); тензор кручения $S(p)$.

2. Ковариантная производная тензорного поля (определение, закон преобразования, простейшие свойства, формула Лейбница); ковариантная производная тензорного поля на сингулярной поверхности (определение, закон преобразования, простейшие свойства, формула Лейбница); физический смысл аффинной связности.

3. Абсолютно параллельное (ковариантно постоянное) тензорное поле; абсолютно параллельное (ковариантно постоянное) тензорное поле на сингулярной поверхности; абсолютно параллельное (ковариантно постоянное) тензорное поле на кусочно гладкой сингулярной кривой; лемма о координатных покрытиях.

4. Задача Коши для абсолютно параллельного тензорного поля на сингулярной кривой («локальные» теоремы существования и единственности решения, теоремы о повышении гладкости, глобальные теоремы существования и единственности решения); параллельный перенос тензора вдоль кривой (определение, простейшие свойства, связь параллельного переноса и ковариантной производной); геодезическая кривая.

5. Теорема о том, что если $S(p) = \theta_{(T_p M)_2^1}$ на кривой φ , проходящей через точку p_0 , то можно выбрать такую координатную окрестность h_0 точки p_0 , что $\Gamma(p, h_0) = \theta_{\mathbb{R}^{(N,3)}}$ на небольшом отрезке кривой φ , проходящем через точку p_0 .

6. Тензор кривизны $R(p)$ (определение, коммутатор ковариантных производных, закон преобразования).

7. Локально тривиальная аффинная связность; теорема о том, что аффинная связность локально тривиальна тогда и только тогда, когда: $S(p) = \theta_{(T_p M)_2^1}$, $R(p) = \theta_{(T_p M)_3^1}$ при $p \in M$.

8. Псевдориманова метрика, риманова метрика; риманова аффинная связность (определение, выражение для компонент, существование).

9. Дискриминантный тензор; смешанное произведение; формула для $\Gamma_{k,m}^k$; связь ковариантной производной и операторов grad, rot, div.

Список литературы

- [1] Постников М. М. Лекции по геометрии. Семестр III. Гладкие многообразия. — М.: Наука. — 1987.
- [2] Постников М. М. Лекции по геометрии. Семестр V. Риманова геометрия. — М.: Факториал. — 1998.
- [3] Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. — М.: ГИТТЛ. — 1953.